エリ・エス・カジネッツ著　因子影響分析の連鎖的方法の問題

永　井　　博 訳

統計資料分析の最も重要な課題の一つに，社会・経済現象間の関係や相互依存の特徴がある。統計学は，指数的方法を含め，多くの特殊なやり方や方法を，この課題の解決のために利用している。大方の指数的方法は，複雑現象および単純現象が次のような方法と関係する場合に，つまり複雑現象を特徴づける指標が二個または若干個の単純現象 (因子) 指標の積を表す方法と関係する場合に利用される。そこでは指数的方法によって，二個または若干個の構成・因数 (сомножитель) ― 検討中の複雑現象変化に対する各因子の影響の程度を決定する ― へ複雑現象の変化の指標を分解することに成功している。

複雑現象を特徴づける関数的指標を，文字 w で示す。単純現象 (因子) の各々を特徴づける決定された指標−因数を文字 x，y，z，... で示す。関数論的指標と決定された指標との間の検討中の関係は，等式 $w=xyz..$，で表される。以後，全体指数と命名する関数論的指標は，次の関係式で表される。

$$\mathrm{I}_W=\frac{\sum x_1 y_1 z_1 \ldots}{\sum x_0 y_0 z_0 \ldots},$$

ここでの数字≪1≫は報告時点を，数字≪0≫は基準時点を示す。指標 w の変化を反映する全体指数は，関数論的指標を反映する全因子，すなわち x，y，z，... の合同的変化の総合度とともに存在する。関数論的指標の変化に対するこれらの因子のうち，各因子変化の影響度の量的評価課題，いいかえれば各因子の分に相応する総合的影響の部分析出の量的評価の課題は，部分指数構成によって，つまりそれぞれの因子 x，y，z... を利用した指標 w の変化によって決定される。これらの因子 x，y，z の部分指数をそれぞれ

$$\mathrm{I}_W^{(x)},\ \mathrm{I}_W^{(y)},\ \mathrm{I}_W^{(z)},\ldots$$

で示す。

部分指数の一般的原理は，周知のように検討中のもの以外に，関数的指標の変化に対する全因子の変化の影響を除去することにある。一般的にいって，類似的な除去は，全ての因子の同時的，同傾向的な変化についての認識から出発するか，あるいは全ての因子の継続的な変化についての認識から出発するか，本質的には二つの方法となりうる[1)]。第一の方法は，関数的指

標の変化に対する因子・因数のうち，各変化の個別化し，孤立化した影響を示すことを可能にする。しかしながら一般的な場合，この方法は全体指数を部分指数作成へ分解することができない。つまりここでは，全体指数と部分指数の積との間に，関数論的指標の実際の変化が，各因子の孤立した変化の総合計としてではなく，それらの総合的な相互関係的変化の総結果として，形成されることによって発生する一定の大きさの差が生ずるからである。全体指数と部分指数の作成との間の差の大きさは，指標の変化に対する全因子の総合的，相互関係的変化の補足的な影響の尺度となる。

因子変化の影響除去の第二の方法は，部分指数の循環式の連鎖をつくることができる。その部分指数では，各直前の指数の分母は，各直後の指数の分子と一致する (最初の指数の分子と最後の指数の分母をのぞけば)。

本論文は，部分指数作成の上述の二方法を比較評価する課題には触れない。論文は，部分指数作成の連鎖的方法の適用に関連して生ずる中心的方法論的問題の検討にさかれる。正確にいえば，連鎖的方法による部分指数作成という議論の余地のない変量 (вариант，以下同様) の選択に対する，経済的な基準の立証問題の検討にさかれる。

周知のように，もし全体指数の値 (すなわち関数論的指標の変化) を決定する因子が存在するならば，連鎖的方法は，因子−因数の部分指数への全体指数の分解体系 ($n!$ 個の異なった形式的平等の) に導く[2)]。ここで $n!=1\cdot 2\cdot 3\cdots n$，である。その上この体系中の各々は，$n$ 個の因子変化の連続性の $n!$ 個の可能な変量の一つに一致する。たとえ体系中の任意の体系における部分指数の積が，全体指数に等しいとはいえ，異なる分解体系における同名の部分指数は，原則として異なる量的な値をとる。これにもとづき関数論的指標の変化に対して決定される特定因子の変化の影響評価は，採択された因子分析の連続性に応じて行われる。この問題解決における主観主義の除去は，科学的に基礎づけられた分解体系 ― 因子の部分指数への全体指数の分解体系 ― の経済的論拠を必要とする。すなわち形式的に平等な部分指数体系のいくつかのうち，一つの全く議論の余地のないものを選定しうる評価基準の確立を必要とする。この問題の解決に当たっては，2，3 の因子研究のさいは多くの困難を惹き起すことはないが，多数の因子研究のさいには著しく，時には実際にやむをえない困難さと結びついていることが，統計文献で通常指摘されている[3)]。

部分指数への全体指数の分解の経済的に基礎づけられた変量の選択は，検討中の因数の数に依存することなく可能であり，行われねばならない。そして議論の余地のない分解の変量の選択原理は，任意の因子数の研究のさい一般的でなければならない。

3 因子の一研究例としてこれらの原理を定式化してみよう。異なる種類の生産物の生産に支

出された二種類の原料価格 (соимость－価値－以下同様) の変化を分析する。支出された原料価格 (価値) を決定する因子としては次のものがある。

生産された生産物量 —— Q

生産物単位当たりの原料の比支出 (удельный　расход) —— n

原料当たり価格 (原料の測定単位当たり) —— P

数字で表したデータ (仮定の) は，次の表 (1) の通りとする。

表 (1)

原料価格	所与の種類の原料から作られた生産量 (個)		生産物単位当たりの原料の比支出 (kg)		原料価格 (1kg)	
	基準時点 Q_0	現在時点 Q_1	基準時点 n_0	現在時点 n_1	基準時点 P_0	現在時点 P_1
AB	1000 2000	2000 1500	4 20	3 19	29 10	18 10

課題は，一般的原料価格の変化 $\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_0n_0Q_0}$ が，生産された生産物量 Q の変化によって置き換えられねばならないか，どれだけの部分が n 個の生産物単位当り原料の比支出変化によって置き換えられねばならないか，そして原料に対する価格 p の変化によってどれだけの部分が置き換えられねばならないかを決定すべき点にある。

ここで 3 因子が分析される限り，6 個 $(3!=6)$ の連続的な因子の研究 — ここでは因子−因数の部分指数への全体指数の 6 個の分解変量が適合する — が可能である。

全体指数 $\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_0n_0Q_0}$ の 6 個の分解体系を得るためには，8 個の初期値が必要となる。その計算結果は次の表 (2) に導かれている [4)]。

表 (2)

原料の種類	消費された原料 (千ルーブル)							
	$P_0n_0Q_0$	$P_0n_1Q_0$	$P_1n_0Q_0$	$P_1n_1Q_0$	$P_0n_0Q_1$	$P_0n_1Q_1$	$P_1n_0Q_1$	$P_1n_1Q_1$
A	80	60	72	54	160	120	144	108
B	400	380	400	380	300	285	300	285
合計	480	440	472	434	460	405	444	393

連鎖した 6 個の因子変化に適合した 6 個の分解変量は，例では次の形式をとる (参照，次ページの表)。

この表の内容を明らかにしよう。表 (3) では因子変化の連続性が示される (例えば 1 行 — npQ)。これは因子 n (原料の比支出)，続いて因子 p (価格) および最後に因子 Q (生産量) が，

表 (3)

採用された因子変化の連続性	それに対応した部分指数体系		
1	2	3	4
npQ	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_0n_1Q_0}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{440}{480}=0.9167$	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_1Q_0}{\sum p_0n_1Q_0}=\frac{434}{440}=0.9864$	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_1n_1Q_0}=\frac{393}{434}=0.9055$
Qpn	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_0n_0Q_1}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{460}{480}=0.9583$	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_0Q_1}{\sum p_0n_0Q_1}=\frac{444}{460}=0.9652$	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_1n_0Q_1}=\frac{393}{444}=0.8851$
pQn	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_0Q_0}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{472}{480}=0.9833$	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_1n_0Q_1}{\sum p_1n_0Q_0}=\frac{444}{472}=0.9407$	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_1n_0Q_1}=\frac{393}{444}=0.8851$
nQp	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_0n_1Q_0}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{440}{480}=0.9167$	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_0n_1Q_1}{\sum p_0n_1Q_0}=\frac{405}{440}=0.9205$	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_0n_1Q_1}=\frac{393}{405}=0.9704$
pnQ	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_0Q_0}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{472}{480}=0.9833$	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_1n_1Q_0}{\sum p_1n_0Q_0}=\frac{434}{472}=0.9195$	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_1n_1Q_0}=\frac{393}{434}=0.9055$
Qnp	$\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_0n_0Q_1}{\sum p_0n_0Q_0}=\frac{460}{480}=0.9583$	$\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_0n_1Q_1}{\sum p_0n_0Q_1}=\frac{405}{460}=0.8804$	$\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_0n_1Q_1}=\frac{393}{405}=0.9704$

まず変化することを意味する。因子 n の変化は，同一の行で指定された指数 $\mathrm{I}_W^{(n)}=\frac{\sum p_0n_1Q_0}{\sum p_0n_0Q_0}$ で示される。この指数で，p と Q は不変 (基準時点の値) として示され，n のみが変化する。因子 n の変化の次に，因子 p が変化する。この変化は，指数 $\mathrm{I}_W^{(p)}=\frac{\sum p_1n_1Q_0}{\sum p_0n_1Q_0}$ で表される。ここで n は報告時点 n_1 の値よりもすでに早く得られた値をとり，p は指数に対応して同一の値を得る，そして当分 Q は基準時点のままである。

結局，n と p，および報告時点にすでに得られている値 (n_1 と p_1) のもとで Q は順に変化する。この値は，同一の行で示された指数 $\mathrm{I}_W^{(Q)}=\frac{\sum p_1n_1Q_1}{\sum p_1n_1Q_0}$ で表される。この行における指数，$\mathrm{I}_W^{(n)}$，$\mathrm{I}_W^{(p)}$，$\mathrm{I}_W^{(Q)}$ は，因子 npQ の変化の連続性を表す。

第 2 行では，同一の因子が逆の順，つまり Qpn に変わる。第 3 行では因子変化 pQn の順に，そして第 4 行では，反対に nQp の順に変わる等々。表 (3) では異なる因子 Qpn の連続性におけるすべての可能な組合せが導かれ，続いて各偶数の行における因子の変化の順は，先の奇数の行における因子の変化の順と反対である。

先の表に示された全体指数の 6 個の分解変量に対応して，各因子の影響によって原料当たり貨幣支出変化の絶対額の 6 個の分解変量が作成される。これにより各部分指数の分子からその分母を十分導くことができる。

6 個の分解体系における 3 因子中の各因子の部分指数は，それらに対応した絶対的指標と同様に，4 個の異なる量的な値をとる。例えば生産物単位当たりに比した原価支出の指数，言い換えれば n 個の因子の部分指数は，6 個の分解変量において 4 個の異なる値をとる。すなわち，

$\frac{\sum p_0 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0}$，$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_1}$，$\frac{\sum p_1 n_1 Q_0}{\sum p_1 n_0 Q_0}$ および $\frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1}$ である。

そして 2 個の反復された値は，

$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_1}$ および $\frac{\sum p_0 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0}$ である。

因子 p と Q の部分指数でも問題は同じである。この事情は，6 個の形式的に等しい体系の総数からの，選択の必要性および決定された分解体系の経済的論拠の必要性を惹き起こす。

3 個の因子変化の 6 個の可能な連続性のうち，既に示したように因子変化の相互に逆の (相対する) 連続性によって特徴づけられた 3 組 (前ページの表 (3) で第 1 と第 2，第 3 と第 4，第 5 と第 6) が選定される。このような組の存在は，課題の解決を著しく単純化する。というのは，ある一般的特徴が相互に逆の (反対の) 連続性の各組に固有であるからである。

部分指数体系の連鎖的作成方法の考えは，次のことを必要とする。

a）体系にある全部分指数の積が全体指数を与えること

b）単純因子の任意数の部分指数積がそれぞれの単純因子の積である複雑因子の部分指数を与えること

もし上に言及した必要なもののうち最初のものが，各因子の部分指数から関数的記号の全体指数への移行を可能にするならば，第 2 のものは単純因子の部分指数から複雑「拡大した」因子の部分指数への移行を可能にする。この問題の分析を明らかにした文献では，たとえ第 2 のものの役割が一定の分解体系の選択を基礎づけるさいに決定的な意義をもつことが，我々の見解で明らかになったとしても，これらの必要なもののうち第 1 のもののみが指示される。

相互に逆の (反対の) 連続性の 3 組 (先に指摘された) を，その必要性の観点からみてみよう。因子 (npQ) 変化の第 1 の連続性に対応した指数体系は，原料価格および原料支出ノルマの部分指数から，原料貨幣支出の部分指数 (― 基準時点の生産物に消費された原料価値と比較して，現在時点の生産物に消費された原料価値の変化に対する価格とノルマの変化の総合的影響とを特徴づける ―) へ移行することを可能にする。記号で表せば，これは次の等式で示される。

$$\frac{\sum p_1 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0} = \frac{\sum p_0 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_1 Q_0}$$

検討中の例では次のようになる。

$$0.9042 = 0.9167 \times 0.9864$$

ここで，$\frac{\sum p_1 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0} = \frac{434}{480} = 0.9042$

しかしながらこのような因子分析の連続性のもとでは，原料および物的生産量の支出ノルマの部分指数から，消費された原料全体量の部分指数へ移行することは不可能となる。実際に，基準時点の価格で加重され消費された原料の数量指数は，生産物の数量指数に対する原料支出ノルマ指数の積に一致しない。

$$\frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_0} \lesseqgtr \frac{\sum p_0 n_1 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_1 Q_0}$$ [5)]

または例では，$0.8438 \neq 0.9167 \times 0.9055 = 0.8301$

ここでは，

$$\frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_0} = \frac{405}{480} = 0.8438$$

第 2 の逆の検討のものを分析しながら，因子 Qpn の変化の連続性は，同様に同じ結論に導くことができる。これは，分析中の指数体系が経済的観点から基礎づられていないことを意味する。にもかかわらず，後者は予想することはできよう。実際，第 1 の連続性では，npQ は第 1 の 2 個の単純な因子の積である。すなわち n－比例した原料支出および p－原料価格は，複雑因子 $np=m$ ── 異種類の生産単位当たり計算での原料に対する貨幣支出 ── を形成する。しかしながら第 1 因子と第 3 因子，すなわち p－原料価格－と Q－生産量－の積は，直接的な経済的意味のない全て単なる算術平均的大きさである。この積の形式的算術平均的な性格は，2 個の隣接する因子 ─ 原料価格 (p) と生産量 (Q) ─ が，第 3 の因子 ─ 比例した原料支出 (n) ─ を通してのみ関係することによって条件づけられたのである。連鎖的方法のもとでは，2 個の単純な因子の部分指数から複雑因子の部分指数へ移行することは，次の場合にのみ可能である。すなわち，もし検討中の連続性におけるこれらの因子が，隣接的因子である場合 (この場合においてのみ部分指数のうち，1 個の部分指数の分子が，その他のそれの分母と一致する) ならば，npQ 因子分析の連続性のもとでは，ノルマ部分指数 $\mathrm{I}_W^{(n)}$ および生産量の部分指数 $\mathrm{I}_W^{(Q)}$ から物的支出量の部分指数 $\mathrm{I}_W^{(m)}$ への移行は，実現されえない。

これまで述べた全ては，検討されたものとは逆の，因子 Qpn の変化の連続性に対しても全く有効である。

さて，次の 2 組の因子，pQn と nQp の変化の相互に逆の連続性に移ろう。そのうち第 1 因子にとっては，第 2 因子と第 3 因子の積のみが，すなわち産出された生産量と単位当たり原料支出の積 (Qn) が，経済的意味のある複雑因子 ― 生産における総原料支出 ― を形成する。第 2 因子にとっては，第 1 因子と第 2 因子の積 (nQ) を形成する。つまり第 1 の連続性における第 1 因子と第 2 因子の積 (すなわち原料価格と生産量の積 pQ) および第 2 の連続性における第 2 因子と第 3 因子の積 (Qp) ―生産量と原料価格の積は，因子の積 (pQ) が経済的に意味がない限り経済的意味のある複雑因子を形成しない。これらの因子変化の連続性に相応した双方の分解体系にある限り，原料支出ノルマ指数と生産量指数から，消費された原料の物理的量の指数への移行のみが可能である。例えばそれは連続性 pQn に対しては，次の形式をとる。

$$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_0} = \frac{\sum p_1 n_0 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_1}$$

検討中の条件ではこれは次のようになる。

0.8326＝0.9407×0.8851

ここで，$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_0} = \frac{393}{472} = 0.8326$

しかしながら，価格とノルマの部分指数から原料支出の部分指数への移行は，ここでは全く行われない。なぜならば，双方の検討中の連続性における 2 個の因子は隣接するものではないからである。このように例えば，連続性 pQn の利用の場合，現在時点の生産量で加重された原料に対する貨幣支出指数に対しては，次の算式をとる。

$$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1} \leqslant \frac{\sum p_1 n_0 Q_0}{\sum p_0 n_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_1 n_0 Q_1}$$

または先に導かれた式では次のようになる。

$$8543 \neq 0.9833 \times 0.8851 = 0.8704 \left[\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1} = \frac{393}{460} = 0.8543 \right]$$

次の 2 個の因子変化の連続性，つまり第 5 因子と第 6 因子の連続性 (pnQ と Qnp)，── ここでは第 1 因子と第 2 因子の積としても，第 2 因子と第 3 因子の積としても経済的に意味のある複雑因子 (pn と nQ) を形成する ── の変化には全く別のやり方もある，これらの因子変化の連続性に相応した 2 つの分解体系を利用するさい，単純因子の部分指数から，複雑因子の部分指数 ── 消費された原料の物理的な量の指数と原価支出指数 ── のうち任意の部分指数への移行が実現可能であることがわかる。

こうして，第 6 の連続性を利用する場合は次のようになる。

$$\frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1} = \frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1} \times \frac{\sum p_1 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_1 Q_1}$$

$$\frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_0} = \frac{\sum p_0 n_0 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_0} \times \frac{\sum p_0 n_1 Q_1}{\sum p_0 n_0 Q_1}$$

先に導かれた例では次のようになる。

0.8543＝0.8804×0.9704　および，

0.8438＝0.9583×0.8804

このようにして，相互に逆の連続性の 3 個の組のうち，1 個の組のみが 2 個の単純因子の部分指数から，しかるべき複雑因子の部分指数への経済的に裏付けられた移行を実現することができる。

第 5 と第 6 の分解体系が，検討中の例における 2 つの有用な分解体系なのである。他の 4 つの分解体系と異なって，この 2 つの分解体系にあっては，各々2 つの隣接因子が相互に直接関係したものとして示される。つまり価格はノルマ測定単位と関係して，ノルマはいずれかの種類の生産物の測定単位と関係して示されるのである。

これら関数的指標の分解体系のうち，いずれに固定すべきか。

複雑現象変化を 2 個の因子の影響をもとに研究するさい，通常量的指標の変化の影響をまず研究することが考えられる。それに続いて質的指標を研究することが考えられるが，同じ考えで 3 個の因子分析の場合，各因子の影響度の研究は，さらに量的指標とともに始めなければならない。ここでの例では，生産量の部分指数の作成から始めなければならない。このような見方は，2 つの「競い合った」分解体系から，最終的な選択を行うことを可能にする。というのは，そのうちの 1 つには量的因子の影響が最初に研究され，その他の影響が次に研究されるからである。従ってここでの例における価格的方法による最も経済的に正当化された分解体系としては，因子 QnP の分析の連続性に相応した最後のもの，つまり 6 である。これは，いうまでもなく，因子 pnQ 変化の逆の連続性に相応した指数体系の利用の可能性 (若干の部分的な課題解決のさい) を排除するものではない。

3 個の因子分析の一般的な場合，1 個の部分的な例の分析にもとづいて得られたこれらの結論そのものの意義を持ち続けるかどうかを明らかにするにとどめよう。

3 個の単純現象 x，y，z の変化の結果，複雑現象 w の変化，そのさい $w=xyz$ の変化が研究されるとしよう。第 1 番目の指標および第 2 番目の指標を，測定する指標 x，y，z 体系で識別することにしよう[6)]。検討中の対象に直接導かれた指標は，第 1 番目の指標である。そこで例えば，生産された生産物量は，検討中の生産物に直接導かれた指標である。1 つまたは若干の指標を通して，間接的に検討中の対象に導かれた指標は，第 2 番目のものである。そこでノルマは第 2 番目の指標で，その指標は第 1 番目の指標の測定単位に直接関係した指標 ― 生産

高 ― であり，価格はノルマと直接関係し，それらを通して生産高の測定単位と関係する。

さらに，1 番目の指標と直接関係した 2 番目の指標を，第 1 順序の 2 番目の指標 (例えばノルマの) と命名し，第 1 順序の 2 番目の指標を通して，1 番目の指標と関連した 2 番目の指標を，第 2 順序の 2 番目の指標 (例えば価格の) と命名しよう。所与の具体的な統計において検討されている 1 番目の指標が常に量的指標形式をとることを指摘することは，困難ではない。複雑現象 w を形成する指標体系 x，y，z は，単一の相互に関係した指標体系であるので，そのうちの一つは常に 1 番目の指標となる。残り二つの指標のうちの一つ ── 第 1 順序の 2 番目の指標 ── は，1 番目の指標と直接関係する。他の 1 つの指標 ── 第 2 順序の 2 番目の指標 ── は，他の 2 番目の指標を通してその指標と関係する。x ― 1 番目の指標，y ― 第 1 順序の 2 番目の指標，z ― 第 2 順序の 2 番目の指標としよう。これらの条件で，「具体化する」部分指数体系は，因子 xyz と zyx の変化の二つの相互に逆の連続性に相応した体系のみでなければならない。これら二つの連続性においてのみ，二つの単純因子の移動積 (xy と yz) は，複雑な経済的因子を形成する。なぜならこれらにおいては，各々二つの隣接指標は互いに直接関係しているからでる。それゆえこれら二つの連続性にもとづいて計算された指数体系も，単純な因子の部分指数から経済的に意味のある複雑な因子の部分指数への移行の可能性を認める。4 つの他の連続性においては，二つの積の一つのみが，つまり二つの単純な因子のうちの一つのみが，複雑な経済的に意味のある因子を形成し，もう一つ単純な因子は，経済的な意味を奪われた算術平均的な大きさを形成する。というのは，これらの連続性において二つの因子の前者あるいは後者のみが直接関係しているからである。それゆえ因子分析のこれらの連続性に一致した 4 つの指数体系は，単純因子の部分指数から複雑因子の部分指数への若干の移行実現の可能性を認めるが，その他の移行を実現することは出来ない。従って，明らかな選択は，因子変化の初めの二つの連続性 (xyz と zyx) に相応しい二つの分解体系から作成される。これら二つの体系のうち一方を他より良いとすることは，1 番目の指標 ― 量的指標 ― の変化の影響が最初に分析される体系であるからである。

そこで経済的に関係した指標連鎖の存在 ── そこでは，1 番目の指標が第 1 の環であり，1 番目の指標と直接関係した第 1 順序の 2 番目の指標が第 2 の環であり，第 2 順序の 2 番目の指標が第 3 の環である ── のもとでは，決定された指数体系は完全に一致する。この体系で 1 番目の指標の指数は，他の二つの指標の基準時点の値によって加重され，第 1 順序の 2 番目の指標の指数は，現在時点における 1 番目の指標の値と基準時点における第 2 順序の 2 番目の指標の値の積によって加重される。そして第 2 序列の 2 番目の指標の指数は，現在時点における第 1 順序の 1 番目の指標の値と 2 番目の指標の値の積によって加重される。

採用された諸因子変化の連続性（逆のその連続性も同等である）の選択の正確性評価に対する純粋に外的な標準となるのは，それらの相互に関係した連鎖度である。そこで例えば，指標体系，つまり生産量，原料支出ノルマ，原料に対する価格の指標体系に対しては，この連鎖度は，次の形式をとる。

$$\text{出来高} \times \frac{\text{キログラム}}{\text{出来高}} \times \frac{\text{ルーブル}}{\text{キログラム}} = \text{ルーブル}$$

若干の統計学者は，この形式的な記号表示にとどめることが，因子分析の連続性の問題を検討するさいに重要であるとみなしている。このように例えば，ゲ・イ・バクラーノフ（Г.И. Бакланов）は5個の因子による生産量の変化を分析しながら，次のように書いている。すなわち「我々により採用された因子分解の連続性は，それらの指標の次元（размерность）によって決定される」[7]と。しかしながら，このような方法で他の分解体系の経済的な根拠薄弱性を表すべきではない。それにもかかわらず，次元の連続性そのものは検討中の指標間に存在する客観的な関係の結果によって表される。

結論として，複雑現象変化の n 個の因子についての一般的場合の分析に対して全体指数の部分指数へのある分解変量の選択についての問題にとどまろう。指摘したように，n 個の因子分析の場合には全体指数の部分指数への分解の形式的に同等の変量数は，$n!$ に等しい。しかしながら，n 個の因子（$n=2$ を除いて）中，各因子の部分指数の異なった値の数は，部分指数への全体指数の可能な分解体系の数より少ない，なぜなら n 個の因子中，各因子の同一の部分指数は，若干の分解変量において遭遇するからである。従って，部分指数への全体指数の可能な分解変量数についての問題は，n 個の因子のうち，各因子の部分指数作成の可能な変量数の問題とは異なる。つまりもし第1番目の因子の解決が，因子変化の可能な連続性数の確定を必要とするならば，第2番目の因子の解決はこれらの因子のうち，任意因子の部分指数加重の可能な変量数の確定を必要とする。デ・ヴェ・サビンスキー（Д. В. Савинский）教授は，n 個の因子のうち，各因子の部分指数加重の可能な変量数の問題を解決しようと試みながら，次のように書いている。すなわち「唯一無二の指数の数は算式によって $2(n-1)$ で計算される。このようにして，4個の因子では，指数の異なる変形 $2(4-1)=6$ が可能であり，5個の因子では8であり，7個の因子では，その数は12（原文では明らかな誤植で，16 — エリ・エス・カジネッツ）となる，等々」[8]。従って，デ・ヴェ・サビンスキーの見解によれば，各因子の部分指数の可能な加重変形数の問題は，算術級数で計算され，その分母は2である。すなわち各部分指数のある変量数に対する検討中の因子数は2だけ大きくなる。しかしながら，デ・ヴェ・サビンスキーによって提案された算式は，諸因子中の各因子の部分指数の異なる加重変量数の計

算にとって誤った，役に立たないものである。正しい算式は次の形式をとる。つまり 2^{n-1} である。ここで n は検討中の因子の数である。言い換えれば，諸部分指数のうち各部分指数の異なる加重変量数は，算術級数ではなく，幾何級数で計算される，それゆえある因子に対する検討中の因子数の大きさは，各指数の可能な加重変量数の 2 倍になる。

実際に，2 個の因子分析のさい，そのうち 1 個の因子は指数化中の大きさのものとなるが，2 個目はウェイトとなる。因子−ウェイトが現在時点での値と同様に基準時点での値で取り扱われるかぎり，2 個の因子の場合，2 個の加重変量が可能である。3 個の因子のさいは今までのように，一個は指数化されるものであり，残り 2 個の積はウェイトとなる。2 個の因子 ― その因子の積は現在時点のその値と同等にウェイトを形成する ― のうち一個の因子の基準値は，指標のウェイトとなる新たな第 2 の因子の基準時点，あるいは報告時点 (現在時点) の値に結びつきうるのである，すなわち加重変量の一般的な値は 4 個を形成する。3 個の因子か 4 個の因子への移行のさい可能な加重変量数は再び倍加するが，それは，ウェイトとなる 2 個の因子のさいの 4 個のウェイトの組合せの各々が，新たな 3 個のウェイトとなる因子の基準時点または報告時点 (現在時点) の値と結合して，採用されうる限りにおいてである。このようにして，もし $n-1$ 個の因子分析の場合，ウェイトとなる $n-2$ 個の因子の異なる組合せ数が k に等しければ，n 個の因子への移行のさいにこれらのうちの各々 k 個の組合せは，基準時点との関係か，ウェイトとなる新たな $n-1$ 個の因子の報告時点の値の関係から採用されうる。従って，可能な加重変量数は，2 倍の大きさになり，$2k$ に等しいだろう。このことから，すでに上に導かれた一般算式 2^{n-1} に達する。それゆえ各因子の部分指数の種々異なる数量値の数は，部分指数の異なる加重変量数と区別すべきことを指摘しておこう。なぜならば，個々の因子の種々に加重された指数は，若干の場合に同じ結果を与えうるからである。それゆえ個々の指数の異なる値の数は，それらの異なる加重変量数を上回らない，すなわち 2^{n-1} を上回らない。

各因子の部分指数の可能な加重変量が多いために，また複雑現象の変化に対する同一因子の影響度評価の場合その変量が多いことによって発生する量的な差異のために，この場合の部分指数への全体指数の厳密な一定の分解体系を選択する経済的な基礎づけについての問題は，特別な重要性を帯びてくる。

偶然的な 3 個の因子に対して上に述べた一般的規定から出発しながら，同様の n 個の因子分析にさいしては部分指数−余因子への全体指数の分解の「具体化中の」2 方法のみが存在し，残りの $n!-2$ 個の分解方法は，経済学的側面から満足のいくものとしては認められ得ないと指摘することができる。この「具体化中の」2 分解方法からも最終的な選択を行うべきである。しかしながら，この問題の詳しい検討は，本論文の範囲を越えるものである。

結論として次のように指摘しておく，すなわち等しい基準での部分指数への全体指数の分解体系の選択原理は，検討中の複雑現象の変化に対する分析中の因子のうち，各因子の絶対的影響範囲を決定する成分に対する複雑現象変化の絶対的大きさの分解原理でもある[9)]。

注

1) いわゆる個別指数にとって双方の除去方法は，同一の結果に帰する。この原理によれば，個別指数は検討されない。
2) 全数調査の形式的平等な分解基準の数字を決定する大きさ $n!$ は，『統計学一般理論教程』（*Курс общей теории статистики*）国家計画委員会出版（Госпланиздат），*1939*，*284–285* 頁，において，エリ・ヴェ・ネクラーシ（Л. В. Некраш）によって初めて示された。
3) デ・ヴェ・サビンスキー（Д. В. Савинский），『工業統計教程』（*Курс промышленной статистики*），国家統計出版（Госста–тиздат），*1954*，*198* 頁。エリ・ヴェ・ネクラーシ『一般統計理論教程』（*Курс общей теории статистики*），*286* 頁。
4) 全体指数の部分指数へのすべて可能な分解体系の計算のためには n 個の因子分析の場合には，はじめの大きさの個を十分に見出すことを示すことができる。
5) 極希な例外的特徴をもつ若干の部分指数においてこの不等式は等式に変わりうる。
6) この概念は，エリ・ヴェ・ネクラーシ（Л. В. Некраш）とヴェ・エス・ネムチノフ（В. С. Немчинов）に見受けられる。(参照。エリ・ヴェ・ネクラーシ，『一般統計学理論教程』（*Курс общей теории статистики*），国家計画委員会出版（Госпланиздат），1939，41–42 ページ。科学アカデミー会員ヴェ・エス・ネムチノフ，『一般理論農業統計学』（*Сельскохозяйствен –ная статистика с основами общей теоии*），農業経済国立図書出版所（Сельхозгиз），50–51 ページ。
7) 『統計学紀要』（*Курс промышленной статистики*），ソ連邦科学アカデミー出版（Издание Академии наук СССР），1955 年第 1 巻，19 ページ。
8) 『工業統計学教程』（*Курс промышленной статистики*），国立統計出版所（Госстатиздат），1954，197–198 ページ。
9) 複雑現象個別指数の余因子への分解と異なって，この個別指数に対応した変化の絶対的大きさの分解結果は，成分にとっても同様，従来の因子分析の連続性に依存する。

訳者あとがき

複雑現象を特徴づける関数論的指標は，これを構成する全因子の合同的な変化の影響と不可分の関係にある。関数論的指標の変化に対する構成因子の変化の影響がどの程度あるかという量的評価の課題は，構成部分指数の総合的影響に対する部分的析出度と関係する。

本論文はこの問題に対して，全体指数と部分指数積の関係を研究し，部分指数作成の連鎖的方法の適用問題を検討し，部分指数への全体指数の可能な分解体系の問題を取り扱い分析している。

本訳は，エリ・エス・カジネッツ「因子影響分析の連鎖的方法の問題」(Л.С.Казинец, “К Вопросу о Цепном Методе Анализа Влияния Факторов”)の全訳であり，ソ連邦中央統計局機関の月刊雑誌『統計通報』(*Вестник Статистики*), №5, 1958. に所載のものである。

なお原文にある注は，本訳の最後に通し番号で記し，文中の表には番号を付すことにした。