選択可能な経済環境のもとでの市場均衡
── 生産と消費からなる経済の場合 ──

慶　田　　収[†]

要　　旨

本稿は，消費と生産を含むモデルを用いて異なる財価格を伴う経済環境下での市場均衡を分析したものである．第 2 節で異なる経済環境での生産と消費活動を設定したのち，人口分布が所与であるときの「一時的」均衡を示す．第 3 節と第 4 節で本稿の目的である，経済主体の移動が止むときの「永続的」な市場均衡，すなわち，ワルラス均衡の存在を証明する．第 3 節では，人口分布と一時均衡価格の対応関係からワルラス均衡の存在を示す．第 4 節では，人口分布と価格が同時に決定される枠組みでワルラス均衡解が存在することを明らかにする．

1　はじめに

一国の経済活動をみると，東京や大阪のような大都市から地方の中小の都市に至るまで，経済活動は複数の地域において同時並行的に行われている．地域間あるいは都市間で物流や人の移動が発生し，ある地域の経済活動が活発に発展して大規模になって，その結果，異なった次元の経済的役割を担うのと同時に周辺地域では新たな経済活動の地点を生み出してきた．こうした都市，地域の経済現象の特徴は，

1．複数の地域で経済活動が同時並行的に生じること，
2．時間の経過に伴って 1 つの地域が大きく変化し，それに伴って新たな経済活動の場が発生すること

などである．これらについては都市経済学，地域経済学の研究対象として早い時期から分析されていて，都市の経済様相の分析として Mills (1972) や Henderson (1977) をはじめとして数多くの研究をみることができる．2. については，これまで集積などの要因を外生的に仮定することで地域の発展を説明していたが，新たな空間経済学の動きとして 1990 年代には収穫

---

† E-mail: keida@kumagaku.ac.jp

逓増の技術を用いて都市地域の発展，新たな地域の発生を内生的に説明するようになってきている (Fujita and Mori (1996, 1997)，Fujita, Krugman and Venables (1999) など)．1.の分析として住宅立地についての住宅需要の分析が Turnbull (1990, 1993) によって公理分析の形で，空間価格 (地代) とその消費の関係 (代替定理) が議論されている．この分析では，均衡解の性質の分析に重心があり，均衡解の分析そのものについては言及されていない．拙稿 (1999) は，Trunbull (1990) と同じ公準をもちいて単一中心都市において消費者が効用を最大にする立地点選択による均衡解の存在を公理分析によって試みている．その議論の手順はドブリュー (1977) に負っている．さらに拙稿 (2000) は，選択する経済環境 (立地点) と価格，所得との対応関係に注目して，パラメトリックな立地点による消費者均衡の問題を分析している．

市場均衡に関する議論は，一般均衡理論としてドブリュー (1977)，Hildenbrand and Kirman (1988) などでなされているが，都市，地域経済学の分野では，公理分析としては一般均衡の問題はほとんどなされていない．その理由としては，解の存在よりも解の性質を明らかにすることが，より実践的で意味あるものと考えられる．拙稿 (2006a, 2006b) は，一般均衡理論側面から離散的な経済環境における均衡解の存在を純粋交換経済の場合について明らかにするとともに，都市経済モデルとの関連性を示した．前者 (2006a) は，一時的均衡と人口分布の対応関係から均衡解の存在を試みている．一方，後者 (2006b) は，経済環境 (立地点) を価格と同列に扱って，立地点と価格の同時決定という関係に着目して均衡解の存在を明らかにした．また，均衡解安定性を議論したものとして，連続的な空間での純粋交換経済における均衡解の動学的安定性を分析した Mossay (2006) がある．これは，Sonnennchein (1981, 1982) に基づく空間的調整過程によって安定性を議論している．

本稿は，(2006a, 2006b) で議論した純粋交換経済におけるワルラス均衡解の存在証明を生産を含む交換経済の場合に拡張することにある．(2006a) と (2006b) で別々に解の存在を示したが，ここではその 2 つの方法によって均衡解の存在を明らかにする．第 1 の方法は，経済主体の分布を前提としたときの「一時的」均衡から，経済主体の移動が止むときの「永続的な」均衡へと分析を進めることである．それは経済環境 (立地点) と一時的均衡の対応関係の中から永続的な「均衡」を探し出す方法で，(2006a) の議論で不十分な点を補いながら生産を含む経済の場合へと拡張を試みている．第 2 は，通常の一般均衡モデルのように，立地点を価格と同列に扱って価格と経済主体の同時均衡を示すことを試みる．

本稿のモデルの構成は，次のとおりである．第 2 節で，モデルの設定が Villar (2000)，Debreu (1977) にしたがって組み立てられる．モデル設定のあと，準備的な分析として経済主体の立地点が所与のとき，すなわち，経済主体の分布を所与としたときの「一時的」市場均衡

の存在を示す．これは，選択可能な経済環境下での経済に，通常の一般均衡理論の成果を直接的に適用したものである．第 3 節と第 4 節で，本稿の目的である生産と消費を含む経済での「永続的」市場均衡の存在を証明する．第 3 節では，一時均衡の分析に基づいて人口分布と一時均衡価格の対応関係から永続的均衡の存在を示す．第 4 節は，異なるアプローチとして，人口分布と価格の均衡解が同時に存在することを示す．最後に第 5 節で結論を締めくくる．

2　モデルの設定と「一時的」市場均衡

本節では，消費と生産のモデル設定をしたうえで，市場均衡の分析をおこなう．市場均衡の分析は，経済環境での経済主体 (消費者，生産者) の分布を前提として得られる「一時的」ワルラス均衡と，経済主体が移動することを前提にして得られるワルラス均衡に 2 つに分けることができる．以下では，次のように 2 段階に分けておこなう．2 段階の消費計画と生産計画の分析：

Step 1：経済主体にとって経済環境が所与のもとで達成される市場均衡 (以下では，「一時的」ワルラス均衡と呼ぶ) を分析する (第 2 節での分析)．

Step 2：消費者はより大きな効用を目指して，また，生産者はより大きな利潤を求めて経済環境を選択することで，実現される市場均衡 (ワルラス均衡) を分析する (第 3 節と第 4 節での分析)．

本節では，消費と生産をモデル設定したうえで，予備的分析をおこない，Step 1 の選択可能な経済環境での「一時的」ワルラス均衡の存在を証明する．

経済環境と財

「経済環境」を，経済主体が直面する財の価格や所得に差異をもたらすような経済活動の場と定義しよう．経済環境 j は離散的に捉えられ，その数は $\tilde{j}$ $(j=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ であるとする．さらに，経済主体として消費者と生産者が存在し，各経済主体は，自らの経済活動のために経済環境を選択する．そのとき一人の経済主体は，$\tilde{j}$ 個の経済環境のなかから 1 つしか選ぶことができない，すなわち，同時に 2 つ以上の経済環境において消費あるいは生産することができないと想定する．したがって，経済環境は経済主体にとって選択対象として互いに排他的である．そして，消費者自身，労働力の所有者として労働用役を供給するという側面をもつ．

財：2 つのタイプの財と労働用役

この経済で生産または消費される財は，2 タイプに分類される．財の生産と消費が，財の生

産される経済環境に限られるのかどうかという点で，財は次のように分類される．

- 経済環境に依存する「ローカル財」: 財の生産と消費が経済環境ごと完結し，このために経済環境ごとに市場が形成され，異なる価格が形成される．ただし，ローカル財は，経済環境の違いを除くと物理的属性は 1 種類で同質である．この財を財 1 とする．ローカル財は，消費だけでなく生産のための生産要素としても利用される．
- 経済環境から独立した「一般財」: 財の生産と消費が経済環境ごと完結せず，すべての経済環境がひとまとめにして 1 つの市場として扱われる．このため一般財の場合，経済環境に関係なく 1 つの共通の価格が形成される．一般財は，財 2 から財 $\tilde{l}$ $(l=2,\cdots,\tilde{l})$ までで，その数は $\tilde{l}-1$ ある．一般財は，ローカル財と同様に，消費だけでなく生産のための生産要素としても利用される．
- 労働用役 : 消費者が生産者に対して供給するサービスで，以下で設定するように，消費者は立地する経済環境においてのみ労働用役を供給することができる．したがって，労働市場は経済環境ごとにその数だけ形成される．労働用役は，第 $\tilde{l}+1$ 財とする．

財の価格をベクトル $\boldsymbol{p}$ で表す．ローカル財である財 1 は経済環境ごとに異なる市場を形成するので，その価格は経済環境ごとに形成される．経済環境 j での財 1 の価格を p_1^j，財 2 から財 $\tilde{l}$ までの価格を p_l $(l=2,\cdots,\tilde{l})$ として表し，さらに，経済環境 j での労働用役の価格を $p_{\tilde{l}+1}^j$ $(j=1,2,\cdots,\tilde{j})$ で表すと，財の価格ベクトルは．

$$\boldsymbol{p}\equiv(\underbrace{p_1^1,p_1^2,\cdots,p_1^j,\cdots,p_1^{\tilde{j}}}_{\text{ローカル財価格}},\underbrace{p_2,p_3,\cdots,p_{\tilde{l}}}_{\text{一般財価格}},\underbrace{p_{\tilde{l}+1}^1,p_{\tilde{l}+1}^2,\cdots,p_{\tilde{l}+1}^{\tilde{j}}}_{\text{労働用役の価格}})\in P\subset R_+^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$$

である．ただし，P は価格ベクトルの集合である．経済環境 h において消費者と生産者が直面する価格ベクトルは

$$\boldsymbol{p}^h\equiv(p_1^h,p_2,p_3,\cdots,p_{\tilde{l}},p_{\tilde{l}+1}^h)\in P^h\subset R_+^{\tilde{l}+1}$$

である．さらに，一般財の価格だけのベクトルを

$$\tilde{\boldsymbol{p}}\equiv(p_2,p_3,\cdots,p_{\tilde{l}})$$

として表す．

消費者

異なるタイプの消費者が存在し，そのタイプの数は $\tilde{i}$ である．タイプ i の消費者は閉区間 $[a_i,b_i]$ の点で表される連続体の点として捉えられる．タイプ i 消費者の数は区間のサイズ

$n_i = b_i - a_i > 0$ によって表される．タイプ i 消費者を初期時点に立地する経済環境ごとに分類して，初期時点において j に立地するタイプ i 消費者の数を n_{ij} として表す．すると，タイプ i の消費者の数 n_i は，すべての経済環境に分布するタイプ i の消費者の総和に等しい．

$$\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ij} = n_i$$

に等しい．初期時点の経済環境とは，各消費者に財の初期保有量が与えられる経済環境のことである．一般に消費活動は初期時点の環境に限られることなく，他の経済環境に移動して消費を実行することが可能である．例えば，初期環境 j から終端時点に環境 h に変更したタイプ i の経済主体のサイズを n_{ijh} で表す．すると初期時点に経済環境 j に立地するタイプ i の消費者の終端時点での分布は，$\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij} \equiv (n_{ij1}, \cdots, n_{ij\tilde{j}})$ である．$\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}$ は，シンプレックス上の点として定義される；

$$N^{ij} \equiv \left\{ \tilde{\boldsymbol{n}}_{ij} \in R_{+}^{\tilde{j}} \mid \sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh} = n_{ij} \right\}.$$

すべてのタイプの消費者分布は $\boldsymbol{n} \equiv (\tilde{\boldsymbol{n}}_{11}, \tilde{\boldsymbol{n}}_{12}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{n}}_{\tilde{i}\tilde{j}})$ である．その空間 N は

$$N \equiv \prod_{i=1}^{\tilde{i}} \prod_{j=1}^{\tilde{j}} N^{ij}.$$

として定義される．

生産者

経済環境 $j\,(j=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ では，生産する財のタイプに対応して，生産者はローカル財生産者と一般財生産者として区別される．各生産者は，1 種類の財のみを生産し，同時には 2 種類以上の財を生産しない[1)]．

ローカル財 (第 1 財) 生産者は，閉区間 $[c_1, d_1]$ の点で表される連続体の点として表され，そのサイズ (数) は m_1 と仮定する．環境 j で生産活動するローカル財生産者のサイズを m_{1j} で表すと，すべての経済環境に立地するローカル財生産者のサイズは

$$\sum_{j=1}^{\tilde{j}} m_{1j} = m_1$$

となる．

1) より一般的なモデルでは，結合生産を含むように設定される．けれども，本稿では，以下に見るように生産者の移動を想定しているので，移動者数を比較的容易に把握できるように，ここでは，一人の生産者は 1 種類の財の生産をおこなうこととした．

同様にして，一般財 $l\,(l=2,\cdots,\tilde{l}\,)$ 生産者は，閉区間 $[c_l,\ d_l]$ の点で表される連続体の点で表され，そのサイズは m_l と仮定する．環境 j で生産活動する財 l 生産者のサイズを m_{lj} で表すと，すべての経済環境に立地する財 l 生産者のサイズは

$$\sum_{j=1}^{\tilde{j}} m_{lj}=m_l$$

となる．

経済全体にわたるローカル財生産者の分布は $\tilde{\boldsymbol{m}}_1\equiv(m_{11},\cdots,m_{1\tilde{j}})$ であり，一般財 l 生産者の分布は $\tilde{\boldsymbol{m}}_l\equiv(m_{l1},\cdots,m_{l\tilde{j}})(l=2,\cdots,\tilde{l}\,)$ として表わされる．各財の生産者の分布 $\tilde{\boldsymbol{m}}_l$ はシンプレックス上の点として定まる．

$$M^l\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{m}}_l\in R_+^{\tilde{j}}\,|\sum_{j=1}^{\tilde{j}} m_{lj}=m_l\right\}.\quad (l=1,\cdots,\tilde{l}\,)$$

すべての財の生産者分布は $\boldsymbol{m}\equiv(\tilde{\boldsymbol{m}}_1,\tilde{\boldsymbol{m}}_2,\cdots,\tilde{\boldsymbol{m}}_{\tilde{l}})$ である．その空間 M は

$$M\equiv\prod_{l=1}^{\tilde{l}} M^l.$$

として表わされる．

財の生産

ローカル財 (第１財) 生産者は，立地する経済環境でローカル財を生産する．このローカル財生産には一般財と労働が投入される．経済環境 h でのローカル財生産 y_1^{h1} は，一般財 y_l^{h1}，$(l=2,3,\cdots,\tilde{l}\,)$ と労働 $y_{\tilde{l}+1}^{h1}$ の投入によって実現される．ここでは生産物と投入物の記号を区別しないが，生産物の場合 $y_1^{h1}>0$ で，投入物の場合 $y_l^{h1}<0$ とする．環境 h でのローカル財生産は，ベクトル $\tilde{\boldsymbol{y}}_1^h$；

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_1^h\equiv\left(y_1^{h1},y_2^{h1},\cdots,y_{\tilde{l}}^{h1},y_{\tilde{l}+1}^{h1}\right)\in\tilde{Y}_1^h\subset R^{\tilde{j}+1}$$

として表わされる．$\tilde{Y}_1^h$ は，経済環境 h で生産するローカル財生産者の生産集合である．

一般財はすべての経済環境で生産される．この生産には同じ経済環境に立地する消費者が労働力として投入され，また同じ経済環境で生産されるローカル財と一般財のみならず，他の経済環境で生産される一般財も生産要素として投入される．経済環境 h での一般財 l の生産 y_l^{hl} $(l=2,3,\cdots,\tilde{l}\,)$ は，ベクトル $\tilde{\boldsymbol{y}}_l^h$；

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_1^h\equiv\left(y_1^{hl},y_2^{hl},\cdots,y_{\tilde{l}}^{hl},y_{\tilde{l}+1}^{hl}\right)\in\tilde{Y}_l^h\subset R^{\tilde{j}+1}$$

と表される．$\tilde{Y}_l^h$ は，経済環境 h で生産する一般財 l 生産者の生産集合である．

生産集合に関する公理

財の生産，生産集合に関してつぎのような想定をおこなう．

公理 1　経済環境 h $(h=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ において財 k $(k=1, 2, \cdots, \tilde{l})$ 生産者が生産おこなうとき，生産は次の性質を満たす．

(ⅰ) $\tilde{Y}_k^h \subset R^{\tilde{l}+1}$ は閉じている

(ⅱ) $\tilde{Y}_k^h - R_+^{\tilde{l}+1} \subset \tilde{Y}_k^{\tilde{l}}$

(ⅲ) $0 \in \tilde{Y}_k^h$

(ⅳ) $\tilde{Y}_k^h \cap R_+^{\tilde{l}+1} \subset \{0\}$

(ⅴ) $\tilde{Y}_k^h$ は凸である

(ⅵ) 集合 $Y_k^h(\alpha) \equiv \left\{ \boldsymbol{y}_k^h \in \tilde{Y}_k^h \,|\, \boldsymbol{y}_k^h \geq -\alpha \boldsymbol{e} \right\}$ は，任意の $\alpha > 0$ に対して有界である．ただし，$\boldsymbol{e}$ は単位ベクトルである．

供給対応とその性質

各生産者は，直面する財のもとで利潤を最大にする生産量を実現しようとする．価格に対して決定される供給量は，供給対応として表わされる．経済環境 h における第 k $(k=1, 2, \cdots, \tilde{l})$ 財生産者の供給対応は，

$$\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h) \equiv \left\{ \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \in \tilde{Y}_k^h \,|\, \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \geq \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'},\ \forall \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'} \in \tilde{Y}_k^h \right\} \tag{1}$$

として表わすことができる．成分表示すると

$$\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h) = \left(\eta_1^{hk}(\boldsymbol{p}^h), \eta_2^{hk}(\boldsymbol{p}^h), \cdots, \eta_k^{hk}(\boldsymbol{p}^h), \cdots, \eta_{\tilde{l}}^{hk}(\boldsymbol{p}^h), \eta_{\tilde{l}+1}^{hk}(\boldsymbol{p}^h) \right) \quad (k=1, 2, \cdots, \tilde{l})$$

となる．上記の供給対応は，$k=1$ のときローカル財生産，$k=2, \cdots, \tilde{l}$ のとき一般財生産を表す．このときに得られる利潤は

$$\pi_k^h(\boldsymbol{p}^h) = \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \tag{2}$$

である．以下の消費において設定するように，生産によって得られる利潤は，利潤に対する請求権をもつ消費者に分配される．

公理 1 のもとで，供給対応はつぎの性質をもつ．

定理 1　価格 $\boldsymbol{p}^h$ を $\boldsymbol{p}^h \in P^h \subset R^{\tilde{l}+1} - \{0\}$ の点で，生産についての公理 1 の (ⅰ)〜(ⅵ) が満たされると仮定する．

(1) $\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は閉凸集合で，すべての $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \in \eta_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ に対して $\boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \geq 0$ である．

(2) $Y_k^h(\alpha)$ ($\alpha > 0$ のとき) のもとでの制限された供給対応 $\hat{\eta}_k^h$ は，非空，コンパクトで凸値

をとる優半連続対応である．

(3) 利潤関数 $\pi_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は，価格 $\boldsymbol{p}^h$ に関して連続である．

(証明)

(1) について

初めに閉集合であることを示す．$\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ の点列が $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn} \in \tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$，$\lim_{n\to\infty} \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn} = \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h$ であるとする．もし $\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ が閉集合でなければ，$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \notin \tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ で，ある $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'}$ に対して $\boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h < \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'}$ となる．これは，$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h$ の十分近くの点 $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn}$ では，ある $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn'}$ に対して $\boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn} < \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn'}$ を意味する．これは，$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{hn}$ が $\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ の元であることに反する．よって，$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h \in \tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ である．

次に，凸集合であることを示す．いま $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\alpha}$, $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\beta} \in \eta_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ をとり，$\lambda \in (0, 1)$ に対して凸結合 $\lambda \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\alpha} + (1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\beta}$ を作る．すると，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{p}^h\left(\lambda \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\alpha} + (1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\beta}\right) &= \lambda \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\alpha} + (1-\lambda)\boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\beta} \\ &= \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\alpha},\ \text{あるいは}\ \boldsymbol{p}^h \cdot \tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h\beta}\end{aligned}$$

したがって，$\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は凸集合である．以上から，$\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は閉凸集合である．

(2) と (3) について．

(1) から $\eta_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は，閉凸集合である．単位ベクトル $\boldsymbol{e}$ に対して正のスカラー $\alpha > 0$ を乗じた区間 $[-\alpha\boldsymbol{e}, \alpha\boldsymbol{e}]$ を作る．$Y_k^h(\alpha) \equiv \tilde{Y}_k^h \cap [-\alpha\boldsymbol{e}, \alpha\boldsymbol{e}]$ は，コンパクト集合になるので，この集合上では，$\tilde{\eta}_k^h$ は必ず最大値をもつ，$\tilde{\eta}_k^h$ は非空である．すると，最大値定理から，$\tilde{\eta}_k^h$ は優半連続対応である．$Y_k^h(\alpha)$ 上での $\tilde{\eta}_k^h$ を $\hat{\eta}_k^h$ と定義すると，定理 1 のようになる．また，利潤関数 $\pi_k^h(\boldsymbol{p}^h)$ は，価格 $\boldsymbol{p}^h$ に関して連続である．

□

供給量の集計

ローカル財 (第 1 財) の場合，経済環境ごとに市場が形成されるので，供給量の集計は，経済環境ごとの集計値として得られる．一般財の場合，経済環境全体が一つの市場として形成されるので，供給量は経済環境全体にわたっての集計値として得られる．このように経済環境全体にわたる供給量を表示するために数量ベクトルと対応する価格ベクトルを，次のように拡張する．

まず経済環境 h $(h=1, 2, \cdots, \tilde{j}\,)$ における財 k $(k=1, 2, \cdots, \tilde{l}\,)$ 生産ベクトルは

$$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h = \left(y_1^{hk}, y_2^{hk}, \cdots, y_k^{hk}, \cdots, y_{\tilde{l}}^{hk}, y_{\tilde{l}+1}^{hk}\right) \in \tilde{Y}_k^h \subset R^{\tilde{l}+1}$$

で，これに対応する価格ベクトルは

$$\tilde{\boldsymbol{p}}^h = \left(p_1^h, p_2, \cdots, p_k, \cdots, p_{\tilde{l}}, p_{\tilde{l}+1}^h\right) \in R^{\tilde{l}+1} - \{0\}$$

である．財 k の生産は他の経済環境でもなされるので，財の生産ベクトルを統一的に表示するために，数量ベクトルを次のように拡張表示する．

$$\boldsymbol{y}_k^h=(\underbrace{0,\ \cdots,\ 0,\ y_1^{hk}}_{k},\ 0,\ \cdots,\ 0,\ y_2^{hk},\ \cdots,\ y_k^{hk},\ \cdots,\ y_{\tilde{l}}^{hk},\ \underbrace{0,\ \cdots,\ 0,\ y_{\tilde{l}+1}^{hk}}_{k},\ 0,\ \cdots,\ 0)\in Y_k^h\subset R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$$

これに対応する価格ベクトルは，すでに定義したように

$$\boldsymbol{p}=\left(p_1^1,\ p_1^2,\ \cdots,\ p_1^{\tilde{j}},\ p_2,\ \cdots,\ p_k,\ \cdots,\ p_{\tilde{l}},\ p_{\tilde{l}+1}^1,\ \cdots,\ p_{\tilde{l}+1}^{\tilde{j}}\right)\in P\subset R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}-\{0\}$$

である．なお，生産集合も次元 $\tilde{l}+1$ の $\tilde{Y}_k^h$ から次元 $2\tilde{j}+\tilde{l}-1$ の Y_k^h に拡張される．

生産において産出と投入は記号によって区別されず，正負によって区別される．ここでの供給量の集計値は，財の産出量だけでなく，それが他財の生産のために投入される量をその産出量から差し引いた大きさとして得られる．はじめにローカル財 (第１財) の集計をおこなう．経済環境 h で生産されるローカル財は，この経済環境だけで市場を形成するので，環境 h におけるすべてのローカル財生産者による生産量と投入量を集計すると，

$$\begin{aligned}\eta_1^h(\boldsymbol{p})&\equiv m_{1h}\tilde{\eta}_1^h(\boldsymbol{p}^h)\\&=m_{1h}\tilde{\boldsymbol{y}}_1^h\end{aligned}$$

と表される．一般財は，すべての経済環境が１つの市場として統合されるので，供給量の集計値はすべての経済環境での生産量を合計しなければならない．一般財 k の場合をみると，その生産量と投入量の集計値は

$$\begin{aligned}\eta_k(\boldsymbol{p})&\equiv\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{kh}\tilde{\eta}_k^h(\boldsymbol{p}^h)\\&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{kh}\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h\qquad(k=2,\ 3,\ \cdots,\ \tilde{l})\end{aligned}$$

となる．

さらに，各経済環境で生産のために投入される労働は，それぞれの経済環境でローカル財と一般財の生産のために需要される労働量である．したがって，経済環境 h での労働投入量は

$$\begin{aligned}\eta_{\tilde{l}+1}^h(\boldsymbol{p})&\equiv\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh}\eta_{\tilde{l}+1}^{hl}(\boldsymbol{p}^h)\\&=\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh}y_{\tilde{l}+1}^{hl}\end{aligned}$$

となる．

生産集合全体の供給対応

ローカル財，一般財そして労働投入量について集計された供給量を要素にもつ生産集合全体の供給対応 $\eta(\boldsymbol{p})$ を，つぎのように定める．

$$\eta(\boldsymbol{p})\equiv(\underbrace{\eta_1^1(\boldsymbol{p}),\eta_1^2(\boldsymbol{p}),\cdots,\eta_1^{\tilde{j}}(\boldsymbol{p})}_{\text{ローカル財}},\underbrace{\eta_2(\boldsymbol{p}),\cdots,\eta_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p})}_{\text{一般財}},\underbrace{\eta_{\tilde{l}+1}^1(\boldsymbol{p}),\eta_{\tilde{l}+1}^2(\boldsymbol{p}),\cdots,\eta_{\tilde{l}+1}^{\tilde{j}}(\boldsymbol{p})}_{\text{労働投入}}) \quad (3)$$

経済全体の生産集合を

$$Y\equiv\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{1h}Y_1^h+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh}Y_l^h$$

とする．すると，生産集合全体の供給対応 $\eta(\boldsymbol{p})$ が $P\subset R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}-\{0\}$ から Y への対応である．

補題 1　$\eta(\boldsymbol{p}^*)$ は $\boldsymbol{p}^*\in R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}-\{0\}$ に対して非空であるとする．そのとき，すべての $\boldsymbol{y}\in Y$ に対して $\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}^*\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}$ ならば，そのときに限り $\boldsymbol{y}^*\in\eta(\boldsymbol{p}^*)$ である．

(証明)

($\Longrightarrow$ について)

定義より，$\boldsymbol{y}^*\in\eta(\boldsymbol{p}^*)$ の要素に注目すると，ローカル財については $\boldsymbol{y}_1^{h*}\in\eta_1^h(\boldsymbol{p}^*)$ $(h=1,2,\cdots,\tilde{j})$，一般財について $\boldsymbol{y}_k^*\in\eta_1^h(\boldsymbol{p}^*)$ $(k=2,\cdots,\tilde{l})$，労働投入について $\boldsymbol{y}_{\tilde{l}+1}^{h*}\in\eta_{\tilde{l}+1}^h(\boldsymbol{p}^*)$ $(h=1,2,\cdots,\tilde{j})$ であって，それぞれ $\boldsymbol{y}_1^{h*}$，$\boldsymbol{y}_k^*\in\eta(\boldsymbol{p}^*)$ のもとで利潤最大化を実現する．すなわち，

$$\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}_1^{h*}\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}_1^h \quad (h=1,2,\cdots,\tilde{j})$$

$$\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}_k^*\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}_k \quad (k=2,\cdots,\tilde{l})$$

である．これは，それぞれ $\boldsymbol{p}^{h*}\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_1^{h*}\geq\boldsymbol{p}^{h*}\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_1^h$，$\boldsymbol{p}^{h*}\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h*}\geq\boldsymbol{p}^{h*}\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h$ である．これらの式を辺々合計すると，条件式 $\boldsymbol{y}\in Y$ に対して $\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}^*\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}$ が成り立つ．

($\Longleftarrow$ について)

仮に $\boldsymbol{y}^*\notin\eta(\boldsymbol{p}^*)$ で，すべての $\boldsymbol{y}\in Y$ に対して $\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}^*\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\boldsymbol{y}$ であると仮定する．$\boldsymbol{y}^*\notin\eta(\boldsymbol{p}^*)$ なので，ある経済環境 h' において少なくとも $\boldsymbol{p}^*\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_1^{h'}\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_1^{h*}$，あるいは，$\boldsymbol{p}^*\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_k\geq\boldsymbol{p}^*\cdot\tilde{\boldsymbol{y}}_k^*$ が成り立つ．これは

$$\boldsymbol{p}^*\left(\sum_{h=1,h\neq h'}^{\tilde{j}}m_{1h}y_1^{h*}+m_{1h'}y_1^{h'}+\sum_{h=1,h\neq 1}^{\tilde{j}}\sum_{k=2}^{\tilde{l}}m_{kh}y_k^{h*}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{kh'}y_k^{h'}\right)$$
$$>\boldsymbol{p}^*\left(\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{1h}y_1^{h*}+\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\sum_{k=2}^{\tilde{l}}m_{kh}y_k^{h*}\right)=\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}^*$$

であり，仮定に反する． □

財の消費と効用

消費者は自らの予算制約のもとで効用を最大にするように消費計画をたてて，生産者は利潤を最大になるように生産計画をたてる．このとき経済環境の選択が含まれるが，本節では予備的分析として，経済活動のための立地点が消費者と生産者にとって所与であるケースが議論される．

同一タイプの消費者は，財の嗜好において同質的であるとし，同一の効用関数をもつと仮定する．初期の経済環境が j である消費者のタイプ i の効用関数 u^{ij} は，$R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ の消費集合上で定義される．初期の経済環境が j のタイプ i の消費者が経済環境 h に移動したと仮定しよう．環境 h での消費ベクトルは，

$$\boldsymbol{x}_h^{ij}=\left(0, \cdots, 0, x_{1h}^{ij}, 0, \cdots, 0, x_{2h}^{ij}, \cdots, x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)\in X_h^{ij}\subset R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1} \tag{4}$$

である．ただし，x_{1h}^{ij} は，初期経済環境 j のタイプ i 消費者による環境 h における財1の消費であり，h 以外の環境でのローカル財消費はゼロである．x_{lh}^{ij} $(l=2, \cdots, \tilde{l}\,)$ は，一般財の消費を表す．一般財の消費ベクトルを

$$\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\equiv\left(x_{2h}^{ij}, \cdots, x_{\tilde{l}h}^{ij}\right)$$

とすれば，$\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}^{ijh}\right)$ のみが，環境 h での消費者の効用を決定する．したがって，効用関数 $u^{ij}(\boldsymbol{x}^{ijh})$ は，

$$u^{ij}\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}^{ijh}\right)$$

として表現される．その消費の要素は

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\equiv\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}^{ijh}\right)\in\tilde{X}_h^{ij}\subset R^{\tilde{l}}.$$

である．

財の初期保有と分配率

本稿では，消費者が資源 (財の初期賦存量) として財をある数量だけ保有し，生産者の利潤に対して請求権をもつような経済を想定する．第1に，財の初期賦存量は消費者によって保有される．同一タイプの消費者は，初期の経済環境ごとに同一の初期保有量をもつものと仮定する．たとえ消費者が同一タイプであっても，初期環境が異なるならば，一般にはその初期保有量は異なる．初期環境 j でタイプ i の消費者の場合，ローカル財 (財1) の初期保有量を ω_{1j}^{ij}，一般財の初期保有量を ω_l^{ij} と表わす．これらが，初期状態で直接的に消費することのできる初期保有量である．

この他に消費者は，間接的に消費の源泉となる用役，すなわち労働用役を所有していて，これを生産者に供給することで賃金を手にすることができる．ここでは，すべての消費者は，それぞれ1単位の労働用役を持っていると仮定する．この労働用役は，消費者が立地する経済環境でのみ提供することができると仮定する．

すると初期環境 j のタイプ i の消費者による財の初期保有量は

$$\boldsymbol{\omega}^{ij}=(\underbrace{0,\cdots,0,\omega_{1j}^{ij},0,\cdots,0}_{\text{ローカル財}},\underbrace{\omega_2^{ij},\cdots,\omega_{\tilde{l}}^{ij}}_{\text{一般財}},\underbrace{0,\cdots,0,1,0,\cdots,0}_{\text{労働用役}}).$$

となる．初期経済環境が j であるタイプ i 消費者の場合，初期保有量が非負であるのは，ローカル財 ω_{1j}^{ij}，一般財 $\omega_l^{ij}\,(l=2,\cdots,\tilde{l})$，労働用役1である．非負の項の要素だけからなる財ベクトルを

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\equiv\left(\omega_{1j}^{ij},\omega_2^{ij},\cdots,\omega_{\tilde{l}}^{ij}\right)$$

と表し，さらに一般財の初期保有量の部分を $\tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}^{ij}\equiv\left(\omega_2^{ij},\cdots,\omega_{\tilde{l}}^{ij}\right)$ と表す．すると，初期保有量は $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}=\left(\omega_{1j}^{ij},\tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}^{ij}\right)$ となる．

第2に，消費者は，配当率にしたがって各生産者からの利潤を受け取る．このとき生産者の利潤は，消費者にすべて分配し尽されるものとする．同一タイプの消費者は，自らの立地点に関係なく同じ財の生産者からは，同じ配当率を得るものとする．タイプ i 消費者の場合，財 l の生産者からの利潤配当率を θ_l^i で表わす．するとタイプ i 消費者にとっての利潤配当率は

$$\boldsymbol{\theta}^i\equiv\left(\theta_1^i,\theta_2^i,\cdots,\theta_{\tilde{l}}^i\right)$$

となる．財 l の1人の生産者からみると，この配当率については

$$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ij}\theta_l^i=1,\ \ \theta_l^i\geq 0\quad(l=1,2,\cdots,\tilde{l})$$

が成り立つ．すなわち，この式は，生産者の利潤が消費者に分配し尽されることを表す．

本稿では，消費者による財の初期保有量 $\boldsymbol{\omega}^{ij}$ と利潤の配当率 θ_l^i は，消費者にとって所与で一定であると仮定する．

予算集合と需要対応

初期経済環境 j のタイプ i 消費者は，資源として初期保有量 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}$ を保有し，生産者から配当率 $\theta_l^i\,(l=1,2,\cdots,\tilde{l})$ にしたがって配当を受け取る．この初期保有の資源と配当が消費者にとっての予算を形成する．初期環境 j でのタイプ i 消費者の予算 $r_j^i(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$ は

$$r_j^i(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\equiv\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\omega}^{ij}+\sum_{l=1}^{\tilde{l}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\theta_l^i m_{lh}\pi_l^h(\boldsymbol{p}^h).$$ あるいは

$$=p_1^j\omega_j^{ij}+\sum_{l=2}^{l}\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}^{ij}+p_{\tilde{l}+1}^j+\sum_{l=1}^{\tilde{l}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}\theta_l^i m_{lh}\pi_l^h(\boldsymbol{p}^h) \tag{5}$$

である．

初期環境 j でのタイプ i 消費者が，予算 $r^i_j(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$ あるいは $r^i_j(\boldsymbol{p})$ (初期保有量と利潤配当) をもとに環境 h で購入することが可能な財の量の集合，すなわち予算集合は，次のように表すことができる．

$$\beta^{ijh}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\equiv\left\{\left(x_{1h}^{ij},\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\right)\in\tilde{X}_h^{ij}\mid p_1^h x_h^{ij}+\tilde{\boldsymbol{p}}\cdot\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\leq r^i_j(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\right\}$$

消費者は，自らの予算集合のもとで最大効用を達成することのできる消費を計画する．その予算集合は，一般には財の価格，初期保有量や利潤配当率に依存するが，ここでは初期保有量と配当率を所与としているので，均衡消費，すなわち消費者による財の需要は，財の価格によって決まる．初期環境 j のタイプ i 消費者が環境 h で消費計画をたてる場合，この消費者の需要 $\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}$ は，消費集合への対応 ξ^{ijh} として決まる．すなわち，

$$\boldsymbol{x}_h^{ij}\in\xi^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)$$

であって，

$$\xi^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)\equiv\left(\xi_1^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i),\cdots,\xi_{\tilde{l}}^{ijh}(\tilde{\boldsymbol{p}};\boldsymbol{\omega}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)\right)$$

である．ここでは，初期賦存量 $(\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1)$ と利潤分配率 $\boldsymbol{\theta}^i$ は，消費者にとっては所与である．ローカル財と一般財は，それぞれ

$$x_{1h}^{ij}\in\xi_1^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i),$$

$$\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\in\left(\xi_2^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i),\cdots,\xi_{\tilde{l}}^{ijh}(\tilde{\boldsymbol{p}};\boldsymbol{\omega}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)\right)$$

である．すべてのタイプの消費者の対応をひとつにまとめると，次のようなベクトルになる．

$$\xi(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)\equiv\left(\xi^{111}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i),\cdots,\xi^{\tilde{i}\tilde{j}\tilde{j}}(\tilde{\boldsymbol{p}};\boldsymbol{\omega}^{ij},1,\boldsymbol{\theta}^i)\right).$$

消費に関する公理

上述の消費集合，効用関数，財の初期保有量に関して，つぎの性質が満たされるものとする．

公理 2　初期経済環境 j のタイプ i の消費者が環境 h で消費計画をたてるとき，

(ⅰ) $\tilde{X}_h^{ij}\subset R^{\tilde{l}}$ は，下に有界な非空の閉凸集合である．

(ⅱ) $u^{ijh}:\tilde{X}_h^{ij}\to R$ は，連続，準凹，不飽和な効用関数である．

(ⅲ) 初期保有量は $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}\in\tilde{X}_h^{ij}$ であり，ローカル財については $x_{1h}^{ij0}<\omega_{1j}^{ij}$，一般財については

$\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij0} < \tilde{\tilde{\boldsymbol{\omega}}}^{ij}$ であるような $\tilde{x}_h^{ij0} \in \tilde{X}_h^{ij}$ が存在する.

(ⅳ) $x_{1h}^{ij} > 0$, $\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}^{ijh}$ のとき，どのような一般財の消費 $\tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij'}$ に対しても

$$u^{ijh}\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\right) > u^{ijh}\left(0, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij'}\right)$$

である.

いま $\boldsymbol{\omega} = \sum_i^{\tilde{i}} \sum_j^{\tilde{j}} \boldsymbol{\omega}^{ij}$ に対して $\boldsymbol{\omega} \ll \alpha \boldsymbol{e}$ であるような十分大きな正のスカラー $\alpha > 0$ をとるならば，個々の消費者による消費 $\boldsymbol{x}^{ijh}$ はベクトル $\alpha \boldsymbol{e}$ (ただし，$\boldsymbol{e} = (1, \cdots, 1)$) より小さくなる．これを満たす消費集合を $X_h^{ij}(\alpha)$ で表す.

$$X_h^{ij}(\alpha) = \left\{\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij} \in \tilde{X}_h^{ij} | \tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij} \leq \alpha \boldsymbol{e}\right\}$$

集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ はコンパクトであり，これを $R^{\tilde{l}}$ に射影した像もコンパクトである．価格 $\boldsymbol{p}$ の集合 P に対して，予算集合 $\beta^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i)$ は，消費の公理 (ⅲ) と (ⅳ) より価格集合 $P \subset R_+^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ から財集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ への非空かつ連続な対応[2)] として表現される．これは制限された財集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ への対応なので，予算集合も制限されたものになる．制限された予算集合を $\hat{\beta}^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i)$ で表す．公理 (ⅱ) から，効用関数は予算集合上で最大値をとる．制限された予算集合のもとでの均衡消費，つまり需要を $\hat{\xi}^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i)$ として表わすと，これについては，付録の Berge の最大値定理から，つぎの定理が導出される.

定理 2　消費に関する公理 2 の (ⅰ)～(ⅳ) が満たされると仮定する．α は $\boldsymbol{\omega} = \sum_i^{\tilde{i}} \sum_j^{\tilde{j}} \boldsymbol{\omega}^{ij} \ll \alpha \boldsymbol{e}$ であるような十分大きな正数で $X_h^{ij}(\alpha) \subset \tilde{X}_h^{ij}$ であるとする．このとき初期経済環境 j のタイプ i の消費者で，環境 h で消費計画をたてる消費者にとって，予算集合 $\hat{\beta}^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \boldsymbol{\theta}^i)$ は価格 $\boldsymbol{p}$ に関してコンパクトな連続対応であり，制限された需要対応 $\hat{\xi}^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i)$ も非空かつコンパクトの優半連続対応である．$\boldsymbol{x}_h^{ij} \in \hat{\xi}^{ijh}(\boldsymbol{p}; \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \boldsymbol{\theta}^i)$ に対し $u^{ijh}\left(\boldsymbol{x}_h^{ij}\right)$ は連続である.

生産と消費からなる経済

初期時点においてタイプ i の消費者が経済環境 j に分布する状態 $\tilde{n}_{ij}$ $(i = 1, 2, \cdots, \tilde{i}, j = 1, 2, \cdots, \tilde{j})$ のもとで，消費者は，初期時点の経済環境，初期保有量と利潤配当率，消費財集合，効用関数によって特徴づけられ，生産者は，経済環境への分布 m_{lj} $(l = 1, 2, \cdots, \tilde{l}, j = 1, 2, \cdots, \tilde{j})$ と生産集合 $\tilde{Y}_j^l$ によって特徴づけられる．そこで交換経済 $\mathcal{E}$ を次のように定義する.

$$\mathcal{E} = \left\{\left(\left(\left(\left(\tilde{n}_{ij}\right), \left(\tilde{X}_h^{ij}, u^{ijh}, \boldsymbol{\omega}^{ij}, \boldsymbol{\theta}_l^i\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}, \left(m_{lj}, \tilde{Y}_j^l\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\Big)_{l=1}^{\tilde{l}}\right\}$$

2)　G・ドブリュー『価値の理論』(1977) の p 106～p 109 参照.

配分と実行可能性

交換経済 $\mathcal{E}$ における財の配分 (allocation) は，すべての消費者の消費集合の直積の要素と，すべての生産者の生産集合の直積の要素からなる．すなわち，それは $\Pi_{i=1}^{\tilde{i}}\Pi_{j=1}^{\tilde{j}}\Pi_{h=1}^{\tilde{j}}\widetilde{X}_h^{ij}\times\Pi_{l=1}^{\tilde{l}}\Pi_{j=1}^{\tilde{j}}Y_j^l$ の点 $\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^j\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ である．点 $\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^j\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ が実行可能 (feasible) 配分であるとは，つぎの 3 条件を満たすときをいう．

経済環境 h ($h=1, 2, \cdots, \tilde{j}$) でのローカル財：

$$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}x_{1h}^{ij}\leq\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh}y_1^{hl}+\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}\omega_{1h}^{ih} \tag{6}$$

一般財第 k ($k=2, 3, \cdots, \tilde{l}$) 財：

$$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}x_{kh}^{ij}\leq\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lj}y_k^{jl}+\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ihj}\omega_l^{ih} \tag{7}$$

経済環境 h ($h=1, 2, \cdots, \tilde{j}$) での労働用役：

$$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}\geq-\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh}y_{\tilde{l}+1}^{hl} \tag{8}$$

実行可能配分条件を満たす $\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^j\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ を Ω とする．実行可能配分集合については，つぎのように想定する．

公理 3　実行可能配分集合 Ω はコンパクトである．

一時的ワルラス均衡とワルラス均衡

選択可能な経済環境のもとでの交換経済 $\mathcal{E}$ のワルラス均衡 (Walras equilibrium) とは，実行可能な配分 $\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ と，これを支持する価格体系 $\boldsymbol{p}^*$ と経済主体の分布 $\boldsymbol{n}^*=\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}^*\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}$, $\boldsymbol{m}^*=\left(\tilde{\boldsymbol{m}}_l^*\right)_{l=1}^{\tilde{l}}$ をいう．これについては第 3 節と第 4 節で検討する．

経済環境での消費者と生産者の分布を前提としたうえで財の需要と供給が一致するときの一時的な均衡，すなわち，消費者と生産者にとって活動の立地点が所与である場合の均衡も可能である．これを「一時的」ワルラス均衡と呼ぶことにする．本節では，「一時的」ワルラス均衡について検討する．

超過需要対応

消費者は財の初期保有量を保有し，生産活動の成果である利潤への請求権により生産者から配当を受け取る．消費者はこの初期保有の財と配当をもとに効用を最大にする消費量 (最適消

費量)，すなわち需要量を決定し，市場で財の交換をおこなう．生産者は，その立地点において必要な財と労働を投入して財を生産する．

財１の場合，その市場は経済環境ごとに形成される．経済環境 h での市場需要は $\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\hat{\xi}_1^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i)$ である．経済環境 h でのローカル財 (第１財) の供給は，h に立地するローカル財生産者による産出とローカル財の投入の集計である． これは，$\sum_{l=1}^{\tilde{l}} m_{lh}\hat{\eta}_1^{hl}(\boldsymbol{p^h})$ である．消費者によるローカル財の初期保有量は，$\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_{1h}^{ih}$ である．したがって，経済環境 h でのローカル財の超過需要は，次のようになる．

$$\hat{\zeta}_{1h}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv \sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\hat{\xi}_1^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i) - \sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_{1h}^{ih} - \sum_{l=1}^{\tilde{l}} m_{lh}\hat{\eta}_1^{hl}(\boldsymbol{p^h}) \quad (h=1, 2, \cdots, \tilde{j}). \tag{9}$$

である[3)]．

一般財については，経済全体がひとつの市場として形成される．財 $k(k=2, \cdots, \tilde{l}\,)$ の場合，需要はすべての経済環境において需要される第 k 財の量，すべての経済環境で投入あるいは産出される第 k 財の量，そして初期賦存量である．よって，超過需要量は

$$\hat{\zeta}_k(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv \sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh}\hat{\xi}_k^{ijh}(\boldsymbol{p};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij}, 1, \tilde{\boldsymbol{\theta}}^i) - \sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ihj}\omega_k^{ih} - \sum_{j=1}^{\tilde{j}}\sum_{l=1}^{\tilde{l}} m_{lj}\hat{\eta}_k^{jl}(\boldsymbol{p^j}) \quad (k=2, \cdots, \tilde{l}\,). \tag{10}$$

である．

労働用役については，実行可能性条件から直接，超過需要が得られる．経済環境 h では

$$\hat{\zeta}_{\tilde{l}+1h}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv -\sum_{l=1}^{\tilde{l}} m_{lh} y_{\tilde{l}+1}^{hl} - \sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}} n_{ijh} \tag{11}$$

式(9)，(10)，(11) を一つのベクトルにまとめると，超過需要は

$$\begin{aligned}\hat{\zeta}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv (&\hat{\zeta}_{11}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}), \cdots, \hat{\zeta}_{1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}), \hat{\zeta}_2(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}), \cdots,\\ &\cdots, \hat{\zeta}_{\tilde{l}+11}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}), \hat{\zeta}_{\tilde{l}+1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))\end{aligned} \tag{12}$$

と表される．超過需要の集合を Z で表すとき，超過需要 $\hat{\zeta}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ は，$R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ から $R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ への写像 $\hat{\zeta}: P \times N \times M \to Z$ である．一時的ワルラス均衡は，所与の消費者と生産者の分布 $\bar{\boldsymbol{n}}$, $\bar{\boldsymbol{m}}$ のもとで得られる．それゆえ一時的均衡の証明に必要なものは，P と Z の間の関係である．

3)　超過需要対応も，また財の初期保有量と利潤分配率をパラメーターにもつが，記述としてはこれらを省略した．

定理 1 より，制限された供給対応 (コンパクトな生産集合のもとでの供給対応) $\hat{\eta}_k^j : P^j \to Y_k^j(\alpha)$ ($j=1, 2, \cdots, \tilde{j}$, $k=1, 2, \cdots, \tilde{l}$) は非空，コンパクト，凸優半連続対応である．同じく定理 2 より，制限された需要対応 (コンパクトな消費のもとでの需要対応) $\hat{\xi}^{ijh} : P \to X_h^{ij}(\alpha)$ ($i=1, 2, \cdots, \tilde{i}, j, h=1, 2, \cdots, \tilde{j}$) もまた，非空，コンパクト，凸優半連続対応である．

したがって，超過需要対応についても，価格集合からコンパクトな超過需要集合への対応を考えることができる．制限された需要対応と制限された供給対応によって形成される超過需要は，式 (9)，(10)，(11) から，コンパクト凸集合の要素として定まる．制限された超過需要集合を $\hat{Z}$ と表すとき，式 (12) に対応する制限された需要対応 $\hat{\zeta} : P \to \hat{Z}$ が構成される．制限された需要対応 $\hat{\xi}^{ijh}$，制限された供給対応 $\hat{\eta}_k^j$ はともに優半連続対応なので，これらから構成される超過需要対応も優半連続対応である．

定理 3：消費者と生産者にとって経済環境が所与であるときの市場均衡の存在

$\hat{Z} \subset R^{2\tilde{j}+\tilde{l}-1}$ はコンパクト，$\hat{\zeta} : P \to \hat{Z}$ は非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応であるとする．さらに，すべての $\hat{\boldsymbol{z}} \in \hat{\zeta}(\boldsymbol{p}, \overline{\boldsymbol{n}}, \overline{\boldsymbol{m}})$，すべての $\boldsymbol{p} \in P$ に対して $\boldsymbol{p} \cdot \hat{\boldsymbol{z}} = 0$ と仮定する．そのとき，$\boldsymbol{p}^* \in P$，$\hat{\boldsymbol{z}}^* \in \hat{\zeta}(\boldsymbol{p}, \overline{\boldsymbol{n}}, \overline{\boldsymbol{m}})$ が存在して $\hat{\boldsymbol{z}}^* \leq 0$ である．このとき

$p_{1h}^* > 0$ ならば $\hat{z}_{1h}^* = 0$ 　　または　　$\hat{z}_{1h}^* < 0$ ならば $p_{1h}^* = 0$ 　($h=1, \cdots, \tilde{j}$),

$p_l^* > 0$ ならば $\hat{z}_l^* = 0$ 　　または　　$\hat{z}_l^* < 0$ ならば $p_l^* = 0$ 　($l=2, \cdots, \tilde{l}$)

となる．

(証明) ここでは，制限された超過需要集合のもとで不動点としての価格と，そのときの超過需要が存在することを示す．そのために次のように定義する価格調整の写像 $\mu : \hat{Z} \to P$ が必要な性質を満たすことを示した後，これと超過需要対応 $\hat{\zeta} : P \to \hat{Z}$ を用いて不動点の存在を明らかにする．

1．価格調整の写像 $\mu : \hat{Z} \to P$ が非空，コンパクト，凸であること．

写像 $\mu : \hat{Z} \to P$ を，次のように定義する．

$$\mu(\hat{\boldsymbol{z}}) \equiv \{\boldsymbol{p} \in P \mid \boldsymbol{p} \cdot \hat{\boldsymbol{z}} \geq \boldsymbol{p}' \cdot \hat{\boldsymbol{z}}, \ \forall \, \boldsymbol{p}' \in P\}$$

価格集合 P はコンパクトなので，連続関数 $\boldsymbol{p} \cdot \hat{\boldsymbol{z}}$ は，$\hat{\boldsymbol{z}}$ が所与であるとき P 上で最大値をもつ．よって $\mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ は非空で有界である．$\mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ は，また定義から閉じている．もし $\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p}' \in \mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ ならば，すべての $\lambda \in [0, 1]$ に対して $\lambda \boldsymbol{p} + (1-\lambda)\boldsymbol{p}' \in \mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ である．したがって，$\mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ は凸である．

2．$\mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ が優半連続であること．

$\boldsymbol{p}\cdot\hat{\boldsymbol{z}}$ が $P\times\hat{Z}$ 上で連続である．さらに $\hat{\boldsymbol{z}}\in\hat{Z}$ の各要素に対して価格集合 P が対応するような定値対応 $\nu(\hat{\boldsymbol{z}})=P$ をとる．すると，最大値定理から，$\mu(\hat{\boldsymbol{z}})$ が優半連続である．

３．制限された需要対応のもとで不動点が存在すること．

写像 $\phi:\hat{Z}\times P\rightarrow P\times\hat{Z}$ を，すべての $(\hat{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{p})\in\hat{Z}\times P$ に対して

$$\phi(\hat{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{p})=\zeta(\boldsymbol{p},\ \overline{\boldsymbol{n}},\ \overline{\boldsymbol{m}})\times\mu(\hat{\boldsymbol{z}}).$$

であるように作る．

$\hat{Z}\times P$ は非空，コンパクト．凸集合であり，$\phi(\hat{\boldsymbol{z}},\boldsymbol{p})$ は，非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応である．すると，付録の角谷の不動点定理から，制限された需要対応のもとで不動点 $(\hat{\boldsymbol{z}}^*,\boldsymbol{p}^*)$ が存在する．

４．不動点 $(\hat{\boldsymbol{z}}^*,\boldsymbol{p}^*)$ について．

不動点 $(\hat{\boldsymbol{z}}^*,\boldsymbol{p}^*)$ では，実行可能性条件のために，

$$\boldsymbol{p}^*\cdot\hat{\boldsymbol{z}}^*=0,$$

が成り立つ．すなわち，$\hat{\boldsymbol{z}}\equiv\left(\hat{z}_1^1,\hat{z}_1^2,\cdots,\hat{z}^{\tilde{j}},\hat{z}_2,\cdots,\hat{z}_{\tilde{l}},\hat{z}_{\tilde{l}+1}^1,\cdots,\hat{z}_{\tilde{l}+1}^{\tilde{j}}\right)$ とおくと，

$$\sum_{j=1}^{\tilde{j}}p_1^{j*}\hat{z}_1^{j*}+\sum_{l=1}^{\tilde{l}}p_l^*\hat{z}_l^*+\sum_{j=1}^{\tilde{j}}p_{\tilde{l}+1}^{j*}z_{\tilde{l}+1}^{j*}=0$$

である．$z_1^j,z_l^*,z_{\tilde{l}+1}^j$ はすべて非正である．上式が成立するためには，

$p_1^{j*}>0$ ならば，$z_1^{j*}=0$，あるいは，$z_1^{j*}<0$ ならば $p_1^{j*}=0$

$p_l^*>0$ ならば，$z_l^*=0$，あるいは，$z_l^*<0$ ならば $p_l^*=0$

でなければならない．

□

制限された超過需要対応 $\hat{\zeta}$ のもとでの不動点 $(\hat{\boldsymbol{z}}^*,\boldsymbol{p}^*)$ は，もとの消費集合，生産集合においても一時的ワルラス均衡であることが確認される．

$\hat{\boldsymbol{z}}^*$ を構成する需要と供給を，$\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}},\left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ で表す．

(1) $(\hat{\boldsymbol{z}}^*,\boldsymbol{p}^*)$ が実行可能配分であることは，自明である．

(2) 供給対応について：$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ が $\hat{Y}_l^j$ の中で，価格 $\boldsymbol{p}^*$ に対して利潤を最大にすること

背理法によって $\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}\in Y_l^j(\alpha)$ が $\tilde{Y}_l^j$ の中でも利潤を最大にする生産計画であることを示す．いま，$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ は $\tilde{Y}_l^j$ の中では利潤を最大にしないと仮定する．すると，ある $\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j'}\in\tilde{Y}_l^j$ が存在して，$\boldsymbol{p}^*\cdot\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j'}>\boldsymbol{p}^*\cdot\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ である．$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ は $Y_l^j(\alpha)$ の内点なので，$0<\lambda<1$ なる λ をとって，$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j''}\equiv\lambda\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j*}+(1-\lambda)\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j'}\in Y_l^j(\alpha)$ とすることができる．しかも，$\boldsymbol{p}^*\cdot\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j''}>\boldsymbol{p}^*\cdot\hat{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ である．これ

は，$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}$ が $\tilde{Y}_l^j$ の中でも利潤を最大にする生産計画であることに反する．よって，$\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*} \in Y_l^j(\alpha)$ が $\tilde{Y}_l^j$ の中でも利潤を最大にする生産計画である．

(3) 需要対応について：$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ が $\hat{X}_h^{ij}$ の中で効用を最大にすること

$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ が制限された消費集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ の要素であることは，それが制限された予算集合；

$$\hat{\beta}^{ijh}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i) \equiv \left\{\left(x_{1h}^{ij},\, \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij}\right) \in X_h^{ij}(\alpha) \mid p_1^h x_h^{ij} + \tilde{\boldsymbol{p}} \cdot \tilde{\tilde{\boldsymbol{x}}}_h^{ij} \leq r^i{}_j(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\right\}$$

のなかで効用を最大にする．仮にこの $\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ が $\hat{X}_h^{ij}$ の中で効用を最大にはしないと仮定してみる．すると，ある $\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij'} \in \hat{X}_h^{ij}$ が存在して，

$$u_h^{ij}\left(\hat{x}_{1h}^{ij'}\right) > u_h^{ij}\left(\hat{x}_{1h}^{ij*}\right),\ \boldsymbol{p}^* \cdot \tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij'} \leq \boldsymbol{p}^* \cdot \tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$$

である．$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ は $X_h^{ij}(\alpha)$ の内点なので，$0<\lambda<1$ なる λ をとって，$\tilde{\boldsymbol{x}}_l^{ij''} \equiv \lambda \hat{\boldsymbol{x}}_l^{ij*} + (1-\lambda)\hat{\boldsymbol{x}}_l^{ij'} \in X_l^{ij}(\alpha)$ とすることができる．選好の凸性から，$u_h^{ij}\left(\hat{x}_h^{ij''}\right) > u_h^{ij}\left(\hat{x}_h^{ij*}\right)$ である．これは，$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ が制限された予算集合の中で効用を最大にすることに反する．よって，$\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}$ は $\tilde{X}_h^{ij}$ の中で効用を最大にする．

以上から，つぎのようになる．

定理 4：一時的ワルラス均衡の存在

公理 1～3 のもとで，所与の消費者分布 $\overline{\boldsymbol{n}}$ と生産者分布 $\overline{\boldsymbol{m}}$ に対応する一時的ワルラス均衡解 $\boldsymbol{p}^* \in P$，$\boldsymbol{y}_l^{j*} \in \tilde{Y}_l^j$，$\boldsymbol{x}_h^{ij*} \in \tilde{X}_h^{ij}$ が存在する．

3　選択可能な経済環境下の市場均衡：一時的ワルラス均衡の拡張

経済環境が経済主体 (消費者と生産者) にとって所与である場合，消費者の数の多い経済環境と少ない経済環境では，たとえ同一タイプの消費者でも均衡状態において財の消費に差が生じる．生産者にとっても同様である．結果として均衡状態で達成することのできる効用に差が生じる．各経済主体にとって経済環境が所与である限り，この状態は続く．ところが，経済主体が経済環境を自由に選択できるならば，どうであろう．おそらく，より高い効用あるいはより大きな利潤を実現する経済環境を選択しようとするであろう．このとき消費者はより大きな効用をもたらす最適消費を目指して，生産者はより大きな利潤を目指してより良い経済環境を選択しようとする．その結果，各経済環境での経済主体の数は変化して，消費者による需要量や生産者による生産量に影響を及ぼす．以下では，経済主体が経済環境を選択できる場合の市場均衡を分析する．

経済主体が移動可能な状況での均衡分析は，2 通りの方法で進めることができる．第 1 の方法は，前節の一時的ワルラス均衡分析の拡張としてのワルラス均衡を分析することである．一時的ワルラス均衡では，経済主体である消費者と生産者の経済環境への分布を所与として，市場均衡を検討した．自然な拡張として消費者と生産者が自由に経済環境を求めて，それぞれの経済主体にとって最適な経済環境を選択するときに得られる市場均衡である．この分析では，経済主体の分布に対応す価格の関係を分析することが主要な分析になる．

第 2 の方法は，価格だけでなく消費者と生産者の分布に対する需要量と生産量との関係を直接にとらえ，均衡解の存在を明らかにすることである．この場合には，価格と経済主体の分布の同時決定として均衡解が分析される．

本節では，第 1 の方法でワルラス均衡分析をすすめ，そのあと次節で第 2 の方法での分析をおこなう．

経済主体の分布と価格

経済主体主体の分布が異なると，それに応じて実現する一時的均衡 (価格と需要量，供給量) は異なる．ここで重要なことは，経済主体の分布と価格の対応関係を明らかにすることである．まずはじめにこれを分析する．

一時的均衡価格は経済主体の分布に対応する値であるとみるとき，一時的均衡価格 $\boldsymbol{p}$ は，経済主体の分布 $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{m}$ からのコンパクト値の優半連続対応 $p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ であることが示される[4)]．

補題 2　$p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ は，$N \times M$ から P へのコンパクト値対応である．

(証明) N, M, P は，前節でみたように，それぞれシンプレックス集合である．N, M の要素に対して一時均衡価格として P の有界な要素が対応する．したがって，$(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \in (N, M)$ に対応する像としての $p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ は有界集合である．

$p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ が閉集合であることを示せば，補題の証明は終わる．いま，$p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ から任意に $\boldsymbol{p}^q \in p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ を選び点列 $\{\boldsymbol{p}^q\}$ を作るとき，その極限を $\boldsymbol{p}^0$，すなわち，$\lim_{q \to \infty} \boldsymbol{p}^q = \boldsymbol{p}^0$ と表す．仮に $\boldsymbol{p}^0 \notin p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ と仮定する．

$\boldsymbol{p}^q \in p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ なので，超過需要は

$$\zeta(\boldsymbol{p}^q) = \left(\zeta_{11}(\boldsymbol{p}^q), \cdots, \zeta_{1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}^q), \zeta_2(\boldsymbol{p}^q), \cdots, \zeta_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p}^q), \zeta_{\tilde{l}+11}(\boldsymbol{p}^q), \cdots, \zeta_{\tilde{l}+1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}^q)\right)$$

で実行可能性条件 (6), (7), (8) を満たす．

4)　本節では，表記の簡便化のために一時均衡価格を $\boldsymbol{p}$ で表す．

$\lim_{q\to\infty}\boldsymbol{p}^q=\boldsymbol{p}^0$ なので，

$$\zeta(\boldsymbol{p}^0)=\lim_{q\to\infty}\zeta(\boldsymbol{p}^q)$$
$$=\left(\lim_{q\to\infty}\zeta_{11}(\boldsymbol{p}^q),\ \cdots,\ \lim_{q\to\infty}\zeta_2(\boldsymbol{p}^q),\ \cdots,\ \lim_{q\to\infty}\zeta_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p}^q),\ \cdots,\ \lim_{q\to\infty}\zeta_{\tilde{l}+1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}^q)\right)$$

となる．しかも $\boldsymbol{p}^0\notin p(\boldsymbol{n},\ \boldsymbol{m})$ なので，上式のベクトルでは少なくとも1つの要素は正となる．要素が正となるのが，経済環境 h' におけるローカル財であったとする．すなわち，$\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^0)>0$ とする．

$$\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^0)=\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh'}\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)-\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh'}\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^0)-\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ih'j}\,\omega_{1h'}^{ih'}>0$$

$\xi_1^{ijh'}$ と $\eta_1^{h'l}$ は優半連続対応なので，十分大きな $\bar{q}$ では，$\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)$，$\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)$ は，それぞれ $\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)$，$\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)$ に十分近い値をとる．このときには，$\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}})>0$ となる．$\bar{q}$ より大きい q では，$\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^q)>0$ となる．これは，$\boldsymbol{p}^q\in p(\boldsymbol{n},\ \boldsymbol{m})$ かつ $\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^q)\leq 0$ であることに反する．このような矛盾が生じるのは，$\boldsymbol{p}^0\notin p(\boldsymbol{n},\ \boldsymbol{m})$ と仮定したためである．

□

補題 3　$p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ は，$\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{m}$ に関して優半連続である．

(証明) $N\times M$ から P への一時均衡価格としての像 $p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ が優半連続であることを，背理法によって示す．

いま $N\times M$ から任意に $(\boldsymbol{n}^0,\boldsymbol{m}^0)$ を選び，$(\boldsymbol{n}^0,\boldsymbol{m}^0)$ に収束する点列 $(\boldsymbol{n}^q,\boldsymbol{m}^q)\in N\times M$ を選ぶ．さらに，これに対応する価格 $\boldsymbol{p}^q\in p(\boldsymbol{n}^q,\boldsymbol{m}^q)$ を選び出すとき，$\lim_{q\to\infty}\boldsymbol{p}^q=\boldsymbol{p}^0$ とする．
$\boldsymbol{p}^q\in p(\boldsymbol{n}^q,\boldsymbol{m}^q)$ なので，$\zeta(\boldsymbol{p}^q)\leq 0$ である．

仮に $p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ が $(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ に関して優半連続でないと仮定する．すると，$\boldsymbol{p}^0\notin p(\boldsymbol{n}^0,\ \boldsymbol{m}^0)$ である．このとき超過需要ベクトル

$$\zeta(\boldsymbol{p}^0)=\left(\zeta_{11}(\boldsymbol{p}^0),\ \cdots,\zeta_{1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}^0),\zeta_2(\boldsymbol{p}^0),\ \cdots,\zeta_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p}^0),\zeta_{\tilde{l}+11}(\boldsymbol{p}^0),\ \cdots,\zeta_{\tilde{l}+1\tilde{j}}(\boldsymbol{p}^0)\right)$$

の成分の少なくとも1つは正になる．それはローカル財 h' で $\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^0)>0$ だったとする．

他方 $\boldsymbol{p}^q\in\boldsymbol{p}(\boldsymbol{n}^q,\boldsymbol{m}^q)$ なので，ローカル財 h' についても

$$\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^q)=\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh'}\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)-\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh'}\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}})-\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ih'j}\,\omega_{1h'}^{ih'}\leq 0$$

となる．けれども $q\to\infty$ のとき，上式は

$$\lim_{q\to\infty}\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^q)=\lim_{q\to\infty}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ijh'}\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^{\bar{q}};\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\ \boldsymbol{\theta}^i)-\lim_{q\to\infty}\sum_{l=1}^{\tilde{l}}m_{lh'}\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^q)-\lim_{q\to\infty}\sum_{i=1}^{\tilde{i}}\sum_{j=1}^{\tilde{j}}n_{ih'j}\omega_{1h'}^{ih'}>0$$

となる．右辺の項をみると，$n_{ijh'}$，$m_{lh'}$ はそれぞれ $n^0_{ijh'}$，$m^0_{lh'}$ に収束し，$\boldsymbol{p}^q$ は $\boldsymbol{p}^0$ に収束する．しかも，$\xi_1^{ijh'}$，$\eta_1^{h'l}$ は優半連続なので，それぞれ $\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$，$\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$ に収束する．

q が十分大きいときには，$\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^q;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$，$\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^q;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$ は，それぞれ $\xi_1^{ijh'}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$，$\eta_1^{h'l}(\boldsymbol{p}^0;\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)$ に十分近い値をとる．ここでの仮定により，ある $\bar{q}$ より大きい q では $\zeta_{1h'}(\boldsymbol{p}^q)$ は正の値をとり，これは $\zeta(\boldsymbol{p}^q)\leq 0$ に反する．

□

間接効用と利潤

初期環境 j のタイプ i 消費者が環境 h で消費計画をおこなうとき，価格 $\boldsymbol{p}$ に対して決まる需要 $\xi^{ijh}(\boldsymbol{p})$ は，すでに見たように，価格集合 P 上で優半連続である．$\boldsymbol{p}^1$ に対する $\xi^{ijh}(\boldsymbol{p}^1)$ に属するすべての元は，同一水準の効用を実現する．したがって，価格と効用は 1 対 1 に対応する．定理 2 より間接効用 $u_j^i(\boldsymbol{p})$ は価格集合 P 上で連続である．

補題 3 から，$N\times M$ から P への写像 $p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ は，優半連続対応であり，上述のように間接効用 $u_j^i(\boldsymbol{p})$ は，P から R への連続関数である．したがって，$u_j^i(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は，$N\times M$ から R への写像として優半連続対応である．

消費の場合と同様に，定理 1 より，利潤関数も価格の連続関数であることと，補題 3 から $p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})$ が $\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}$ に関して優半連続対応であることから，$N\times M$ から R への写像としての利潤 $\pi_k^h(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は，優半連続対応である．

補題 4　間接効用 $u_j^i(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は，$N\times M$ から R への写像として優半連続対応であり，利潤 $\pi_k^h(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は，$N\times M$ から R への写像として優半連続対応である．

「超過効用」

消費者と生産者にとって経済環境が選択可能である場合，他の経済環境のもとでさらに大きな効用または利潤を達成できるならば，別の経済環境を選択するであろう．そのとき消費者と生産者による経済環境選択のメカニズムは，どのようなものであろうか．ここでは，次のような「超過効用」にもとづいた消費者移動，「超過利潤」にもとづいた生産者移動メカニズムを設定する．

はじめに消費者移動のメカニズムについて考える．同じタイプに属する個人は，そのグループのなかで平均的水準より良いならば現状を良しと考え，平均以下ならば悪いと考えて何らかの行動をとる．このとき平均水準以下の者は平均水準以上の効用を実現するために経済環境を選択して移動する．グループの平均効用の水準をそのグループの「平均効用」として，平均効用からの各個人の効用の差をとらえて，この差を「超過効用」と呼ぶ．負の超過効用がある限

り，各消費者はより良い環境を求めて立地点を変更する．グループの中で各個人による経済環境の選択が続く限り，グループの人口分布は変動する．

その人口分布がもはや変動せずに一定の状態になるとき，グループ内で消費者の移動が停止する．このとき，グループ内の消費者にとってどの経済環境でも同じ効用を実現するような状態である．この状態が経済における人口分布の均衡状態といえる．以下では，このメカニズムを定式化する．

平均効用 $\bar{u}^{ij}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ は，初期環境 j のタイプ i の消費者の効用の加重平均である．平均効用 $\bar{u}^{ij}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ は，環境 j から $h(h=1, \cdots, \tilde{j})$ に移動した消費者の数 n_{ijh} をウェイトとした加重平均効用である．すなわち，

$$\bar{u}^{ij}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \equiv \frac{1}{n_{ij}} \sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh} u^{ijh}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})). \tag{13}$$

各消費者の効用からこの平均効用を差し引いた差を「超過効用」として定義する．経済環境 j から h に移動したタイプ i の消費者の超過効用を $v^{ijh}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ で表わすと，

$$v^{ijh}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \equiv u^{ijh}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) - \bar{u}^{ij}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \tag{14}$$

である．

初期経済環境 j のタイプ i 消費者の，経済環境ごとの超過効用の値は，ベクトルの形で

$$v^{ij}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \equiv (v^{ij1}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})), \cdots, v^{ij\tilde{j}}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))).$$

と表される．

初期経済環境 j のタイプ i 消費者の超過効用の空間 $V^{ij} \subseteq R^{\tilde{j}}$ がコンパクトかつ凸であることがわかる．

補題 5　超過効用の空間 $V^{ij} \subseteq R^{\tilde{j}}$ はコンパクトかつ凸である

(証明) はじめに V^{ij} がコンパクトであることを示す．V^{ij} の元 $\boldsymbol{v}^{ij}$ は，$p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ のもとでの消費 $\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right)$ に対して実現する．$\left(x_{1h}^{ij}, \tilde{\boldsymbol{x}}^{ijh}\right)$ は制限された消費集合 $X_h^{ij}(\alpha)$ の元であり，その消費集合がコンパクトである．このため効用関数が需要量に関して連続であることから，効用関数による消費集合の像も，またコンパクトである．これは超過効用の集合をコンパクトにする．それゆえ，V^{ij} はコンパクトである．

つぎに V^{ij} が凸であることを示す．V^{ij} の任意の 2 つの要素 $\boldsymbol{v}_1^{ij}$，$\boldsymbol{v}_2^{ij}$ をとり，凸結合 $\boldsymbol{v}^{ij} = \lambda \boldsymbol{v}_1^{ij} + (1-\lambda)\boldsymbol{v}_2^{ij}$，$(0 \leq \lambda \leq 1)$ を作る．すると十分大きな消費集合のもとでは，$\boldsymbol{v}$ に対応する $\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{ij}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{x}}_{\tilde{j}}^{ij}\right) \in \prod_{i}^{\tilde{j}} X_i^{ij}$ が存在する．その $\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{ij}, \cdots, \tilde{\boldsymbol{x}}_{\tilde{j}}^{ij}\right)$ が，ある価格 $\tilde{\boldsymbol{p}}$ のもとでの予算集合

上で効用を最大にする最大元であることを示せば良い.

仮にそのような価格は存在しないと仮定してみる. このとき価格集合 P を, つぎのように 2 分する.

$$P_1=\left\{p\in P\,|\,\left\{\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\notin\beta^{ijh}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\right\}_{h=1}^{\tilde{j}}\right\}$$

$$P_2=\left\{p\in P\,|\,\left\{\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij}\in\beta^{ijh}(\boldsymbol{p};\boldsymbol{\omega}^{ij},\boldsymbol{\theta}^i)\right\}_{h=1}^{\tilde{j}}\right\}$$

で, $P_1\cup P_2=P$ である. すると

$$\boldsymbol{v}^{ij}>v^{ij}(\boldsymbol{p}),\quad \boldsymbol{p}\in P_1$$
$$\boldsymbol{v}^{ij}<v^{ij}(\boldsymbol{p}),\quad \boldsymbol{p}\in P_2$$

となる. もしある $\tilde{\boldsymbol{p}}$ において $\boldsymbol{v}^{ij}=v^{ij}(\tilde{\boldsymbol{p}})$ となるならば, $\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{ij},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_{\tilde{j}}^{ij}\right)$ は, 効用を最大にする最大元となり, $\boldsymbol{v}^{ij}\in V^{ij}$ となる. もしすべての $\boldsymbol{p}$ において $\boldsymbol{v}^{ij}\neq v^{ij}(\tilde{\boldsymbol{p}})$ ならば, $v^{ij}(\tilde{\boldsymbol{p}})$ は $\boldsymbol{v}^{ij}$ で不連続になることを意味する. これは $v^{ij}(\tilde{\boldsymbol{p}})$ が価格 $\boldsymbol{p}$ に関して連続であることに反する. したがって $\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_1^{ij},\cdots,\tilde{\boldsymbol{x}}_{\tilde{j}}^{ij}\right)$ は, $\tilde{\boldsymbol{p}}$ において効用を最大にする最大元である. ゆえに $\boldsymbol{v}_1^{ij}$ と $\boldsymbol{v}_2^{ij}$ の凸結合は V に属する.

□

積集合 V:

$$V\equiv\prod_{i=1}^{\tilde{i}}\prod_{j=1}^{\tilde{j}}V^{ij}\subseteq R^{\tilde{i}\tilde{j}\tilde{j}}$$

を作る. このとき超過効用 $v\in V$ は, $N\times M\rightarrow V$ の像, すなわち

$$v(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))=(v^{11}(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})),\cdots,v^{\tilde{i}\tilde{j}}(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})))$$

である. 間接効用は, 価格に関して連続であり, 補題 3 から価格は, 消費者, 生産者の分布に関して優半連続である. したがって, 次のような補題を得る.

補題 6　超過効用 $v(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は, $N\times M$ から V への優半連続対応である.

「超過利潤」

次に生産者移動のメカニズムについて考える. 一時的均衡では, 同じ財の生産者は, 立地する経済環境によって獲得できる利潤が異なる. 生産者は, 同じ財の生産のなかで平均的水準より大きい利潤を獲得できるならば現状を良しと考え, 平均以下ならば悪いと考えて何らかの行動をとる. そこで同一財生産での平均利潤の水準を, その財生産の「平均利潤」として, 平均

利潤からの各生産者の利潤の差をとらえる．この差を「超過利潤」と呼ぶとき，負の超過利潤に差がある限り，各生産者はより良い環境を求めて立地点を変更する．同一財生産者の間で各生産者による経済環境の選択が続く限り，財生産者の分布は変動する．

その生産者分布がもはや変動せずに一定の状態になるとき，その財の生産者の移動が停止する．このとき，財生産者にとってどの経済環境でも同じ利潤を実現するような状態である．この状態が経済における生産者分布の均衡状態といえる．そこで，このメカニズムを定式化しよう．

平均利潤 $\pi_k(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ は，第 k 財生産者の利潤の加重平均である．平均利潤 $\pi_k(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ は，環境 1 から $\tilde{j}$ までの各経済環境における生産者の数 m_{kh} $(h=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ をウェイトとした加重平均利潤である．すなわち，

$$\pi_k(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \equiv \frac{1}{m_k}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} m_{kh}\pi_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})). \tag{15}$$

各生産者の利潤からこの平均利潤を差し引いた差を「超過利潤」として定義する．経済環境 h における第 k 財生産者の超過利潤を $s_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ として表わすと，

$$\begin{aligned} s_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) &\equiv \pi_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) - \pi_k(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \\ &= \pi_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) - \frac{1}{m_k}\sum_{h=1}^{\tilde{j}} m_{kh}\pi_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \end{aligned} \tag{16}$$

である．第 k 財生産者の，経済環境ごとの超過利潤の値は，ベクトルの形で

$$s_k^h(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})) \equiv \left(s_k^1(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})), \cdots, s_k^{\tilde{j}}(p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))\right) \in S_k.$$

と表される．

第 k 財生産者の超過利潤の空間 $S_k \subseteq R^{\tilde{j}}$ がコンパクトかつ凸であることがわかる．

補題 7　超過利潤の空間 $S_k \subseteq R^{\tilde{j}}$ がコンパクトかつ凸である

(証明) はじめに S_k がコンパクトであることを示す．S_k の元 s_k は，$p(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ のもとでの生産 $\hat{\eta}_k^h(p^h(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ $(h=1, 2, \cdots, \tilde{j})$ に対して実現する．$\hat{\eta}_k^h(p^h(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}))$ は制限された生産集合 $Y_k^h(\alpha)$ の元であり，その生産集合がコンパクトである．このため利潤の式 (2) が生産量および投入量に関して連続であることから，利潤関数による像も，またコンパクトである．これは超過利潤 (16) の集合をコンパクトにする．それゆえ，S_k はコンパクトである．

つぎに S_k が凸であることを示す．S_k の任意の 2 つの要素 s_{k1}，s_{k2} をとり，凸結合 $\lambda s_{k1}+(1-\lambda)s_{k2}$，$(0 \leq \lambda \leq 1)$ を作る．s_{k1}，s_{k2} は，それぞれ $p(\boldsymbol{n}^1, \boldsymbol{m}^1)$，$p(\boldsymbol{n}^2, \boldsymbol{m}^2)$ のもとでの生産に対応する超過利潤である．よって

$$\lambda s_{k1}+(1-\lambda)s_{k2}=\lambda s_k(p(\boldsymbol{n}^1,\boldsymbol{m}^1))+(1-\lambda)s_k(p(\boldsymbol{n}^2,\boldsymbol{m}^2))$$

である．s_k は価格に関して１次同次なので，右辺の式は

$$s_k(\lambda p(\boldsymbol{n}^1,\boldsymbol{m}^1))+s_k((1-\lambda)p(\boldsymbol{n}^2,\boldsymbol{m}^2))$$

に等しい．$p(\boldsymbol{n}^1,\boldsymbol{m}^1)$，$p(\boldsymbol{n}^2,\boldsymbol{m}^2)$ は価格集合 P の元なので，それぞれ $\boldsymbol{p}^1$，$\boldsymbol{p}^2$ と表すことができる．すると，

$$\begin{aligned}\lambda s_{k1}+(1-\lambda)s_{k2}&=s_k(\lambda\boldsymbol{p}^1)+s_k((1-\lambda)\boldsymbol{p}^2)\\&=s_k(\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2)\end{aligned}$$

となる．

次に価格の凸結合 $\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2$ をみると，$\boldsymbol{p}^1\in P$，$\boldsymbol{p}^2\in P$ なので，$\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2$ もまた，P の元である．超過利潤の値は，式⒃によって与えられ，超過利潤を構成する生産者の利潤は生産量と投入量に関して一次同次なので，つぎの式を得る．

$$s_k(\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2)=\lambda s_k(\boldsymbol{p}^1)+(1-\lambda)s_k(\boldsymbol{p}^2)$$

である．$\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2$ が $\lambda s_k(\boldsymbol{p}^1)+(1-\lambda)s_k(\boldsymbol{p}^2)$ をもたらす価格である．こうして $\lambda\boldsymbol{p}^1+(1-\lambda)\boldsymbol{p}^2$ は，凸結合 $\lambda s_{k1}+(1-\lambda)s_{k2}$ をもたらす価格であることが示される．ゆえに，凸結合は超過利潤集合の元である．

□

積集合 S：

$$S\equiv\prod_{i=1}^{\tilde{j}}S_k\subseteq R^{\tilde{j}\tilde{l}}$$

を作る．このとき超過利潤 $\boldsymbol{s}\in S$ は，$N\times M\to S$ の像，すなわち

$$s(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))=(s_1(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})),\cdots,s_{\tilde{l}}(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m})))$$

である．超過利潤は，価格に関して連続である．補題３から価格は，消費者の分布と生産者の分布に関して優半連続である．したがって，次のような補題を得る．

補題 8　超過利潤 $s(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ は，$N\times M$ から S への優半連続対応である．

□

選択可能な経済環境下の均衡

前節では，所与の消費者分布と生産者分布のもと一時的市場均衡の存在を示した．本節では，消費者と生産者が自由に自らが立地する経済環境を選択できる場合の均衡を分析している．

前節で交換経済の均衡を，実行可能な配分 $\left(\left(\left(\left(\tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}\right)_{h=1}^{\tilde{j}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}, \left(\left(\tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}\right)_{l=1}^{\tilde{l}}\right)$ と，これを支持する価格体系 $\boldsymbol{p}^*$ と経済主体の分布 $\boldsymbol{n}^*=\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}^*\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}$, $\boldsymbol{m}^*=\left(\tilde{\boldsymbol{m}}_l^*\right)_{l=1}^{\tilde{l}}$ として定義した．けれども，均衡の分析としては，所与の経済主体の分布 $\tilde{\boldsymbol{n}}=\left(\left(\boldsymbol{n}_{ij}\right)_{i=1}^{\tilde{i}}\right)_{j=1}^{\tilde{j}}$, $\tilde{\boldsymbol{m}}=\left(\boldsymbol{m}_l\right)_{l=1}^{\tilde{l}}$ のもとでの均衡を分析した．この一時的均衡では，同じタイプの消費者，あるいは，同じ財を生産する生産者の間で経済環境の立地点が異なるために，均衡値としての効用，あるいは利潤が必ずしも等しいとは限らない．消費者と生産者がそれぞれより高い効用とより大きな利潤を求めて経済環境を変えるならば，もはや一時的均衡は均衡でなくなる．つまり，均衡は一時的である．

本節では，消費者と生産者が自由に移動するときの均衡を検討している．このときのワルラス均衡では，どの経済環境に立地しようとも，同じタイプの消費者，同一財の生産者の間で，効用あるいは利潤に差がなく，他の経済環境に移動する動機も生じない．この意味でワルラス均衡は「永続的」均衡である．

初期経済環境 j のタイプ i の消費者の，超過効用集合 V^{ij} から N^{ij} への写像を $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$: $V^{ij}\rightarrow N^{ij}$，すなわち

$$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\in N^{ij}\,|\,\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}}\geq\tilde{\boldsymbol{n}}'\cdot\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}},\ \forall\tilde{\boldsymbol{n}}'\in N^{ij}\right\}$$

と定義する．

補題 9　$\boldsymbol{n}=(\tilde{\boldsymbol{n}}_{11},\cdots,\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij},\cdots,\tilde{\boldsymbol{n}}_{\tilde{i}\tilde{j}})$, $\boldsymbol{v}^{ij}=v^{ij}(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))$ に対して $\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}}=\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\cdot v^{ij}(p(\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}))=0$ である．

(証明)

$$\begin{aligned}
\tilde{\boldsymbol{n}}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{\boldsymbol{ij}}&=(n_{ij1},n_{ij2},\cdots,n_{ij\tilde{j}})(v^{ij1}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}),v^{ij2}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}),\cdots,v^{ij\tilde{j}}(\boldsymbol{p},\boldsymbol{n}))\\
&=(n_{ij1},n_{ij2},\cdots,n_{ij\tilde{j}})(u^{ij1}(\cdot)-\bar{u}^{ij},u^{ij2}(\cdot)-\bar{u}^{ij},\cdots,u^{ij\tilde{j}}(\cdot)-\bar{u}^{ij})\\
&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\bar{u}^{ij}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}\\
&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\bar{u}^{ij}n_{ij}\\
&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)-\left(\frac{1}{n_{ij}}\sum_{h=1}^{\tilde{j}}n_{ijh}u^{ijh}(\cdot)\right)n_{ij}\\
&=0
\end{aligned}$$

□

第 k 財生産者について S_k から M_k への写像 $f^k(\boldsymbol{s}_k):S_k\rightarrow M_k$，すなわち

$$f^k(\boldsymbol{s}_k)\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{m}}_k\in M_k\,|\,\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot\boldsymbol{s}_k\geq\tilde{\boldsymbol{m}}'_k\cdot\boldsymbol{s}_k,\ \forall\,\tilde{\boldsymbol{m}}'_k\in\boldsymbol{s}_k\right\}$$

と定義する．

補題 10　$\boldsymbol{m}=(\tilde{\boldsymbol{m}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{m}}_2,\cdots,\tilde{\boldsymbol{m}}_{\tilde{l}})$，$\boldsymbol{s}_k\in s_k(p(\tilde{\boldsymbol{m}}_k))$ に対して $\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot\boldsymbol{s}_k=\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot s_k(p(\tilde{\boldsymbol{m}}_k))=0$ である．

(証明)

$$\begin{aligned}\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot\boldsymbol{s}_k&=(m_{k1},m_{k2},\cdots,m_{k\tilde{j}})(s_k^1,s_k^2,\cdots,s_k^{\tilde{j}})\\&=(m_{k1},m_{k2},\cdots,m_{k\tilde{j}})(\pi_k^1(\cdot)-\pi_k,\pi_k^2(\cdot)-\pi_k,\cdots,\pi_k^{\tilde{j}}(\cdot)-\pi_k)\\&=\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{kh}\pi_k^h-\pi_k\sum_{h=1}^{\tilde{j}}m_{kh}\\&=m_k\pi_k-m_k\pi_k\\&=0\end{aligned}$$

□

$g^{ij}(v^{ij})$ および $f_k(\boldsymbol{s}_k)$ は，それぞれ非空，コンパクトかつ凸であることが，次のように示される．

補題 11　$g^{ij}(v^{ij})$ は，非空，コンパクトかつ凸である．

(証明) N がコンパクトで $\tilde{\boldsymbol{n}}^{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ が $N^{ij}\subseteq N$ 上で連続であるから，所与の $\boldsymbol{v}^{ij}$ に対して必ず $\tilde{\boldsymbol{n}}^{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ の値が定まる．

補題 5 から V^{ij} がコンパクトであることから，$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は V^{ij} 上で有界であり，$g^{ij}(\cdot)$ の定義から閉集合になる. したがって，$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ はコンパクトである．

$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ が凸であることは，次のようにして分かる．$0<\lambda<1$ に対して $\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij},\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\in g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ の凸結合 $\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}$ を作る．この凸結合に対して，次の計算を施すと，

$$\begin{aligned}(\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij})\boldsymbol{v}^{ij}&=\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}\\&\geq\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij},\ \forall\,\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\in N^{ij}\\&=\tilde{\boldsymbol{n}}''_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}.\end{aligned}$$

となる．よって $\lambda\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\in g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ である．

□

補題 12 $f_k(\boldsymbol{s}_k)$ は，非空，コンパクトかつ凸である．

(証明) 補題 11 と同様にして証明することができる．M_k がコンパクトで $\tilde{\boldsymbol{m}}_{\boldsymbol{k}}\cdot\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}$ が $M_k \subseteq M$ 上で連続であるから，所与の $\boldsymbol{s}_k$ に対して必ず $\tilde{\boldsymbol{m}}_{\boldsymbol{k}}\cdot\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}$ の値が定まる．

補題 7 から S_k がコンパクトであることから，$f_k(\boldsymbol{s}_k)$ は S_k 上で有界であり，$f_k(\cdot)$ の定義から閉集合になる．したがって，$f_k(\boldsymbol{s}_k)$ はコンパクトである．

$f_k(\boldsymbol{s}_k)$ が凸であることは，次のようにして分かる．$0<\lambda<1$ に対して $\tilde{\boldsymbol{m}}_k, \tilde{\boldsymbol{m}}'_k \in f_k(\boldsymbol{s}_k)$ の凸結合 $\lambda\tilde{\boldsymbol{m}}_k+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{m}}'_k$ を作る．この凸結合に対して，次の計算を施すと，

$$
\begin{aligned}
(\lambda\tilde{\boldsymbol{m}}_k+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{m}}'_k)\boldsymbol{s}_k &= \lambda\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot\boldsymbol{s}_k+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{m}}'_k\cdot\boldsymbol{s}_k \\
&\geq \lambda\tilde{\boldsymbol{m}}''_k\cdot\boldsymbol{s}_k+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{m}}''_k\cdot\boldsymbol{s}_k,\ \forall\,\tilde{\boldsymbol{m}}''_{ij}\in M_k \\
&= \tilde{\boldsymbol{m}}''_k\cdot\boldsymbol{s}_k.
\end{aligned}
$$

となる．よって $\lambda\tilde{\boldsymbol{m}}_k+(1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{m}}'_k \in f_k(\boldsymbol{s}_k)$ である．

□

さらに $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ と $f_k(\boldsymbol{s}_k)$ は，優半連続対応であることがわかる．

補題 13 対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は $\boldsymbol{v}^{ij}$ に関して優半連続対応である．

(証明) 補題は，Berge の最大値定理を用いて証明される．

$\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ が $N^{ij}\times V^{ij}$ 上で連続である．次に，対応 $\delta_{ij}:V^{ij}\to N^{ij}$ を，各 $\boldsymbol{v}^{ij}$ に対して $\delta_{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})=N^{ij}$ であるようにとる．この対応 δ_{ij} は定値対応で連続である．すると $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は，N^{ij} 上で $\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{ij}}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ が最大となる $\boldsymbol{n}_{\boldsymbol{ij}}$ を定める．よって，これらの性質は Berge の最大値定理の条件を満たすので，$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は優半連続対応である．

□

補題 14 対応 $f^k(\boldsymbol{s}_k)$ は $\boldsymbol{s}_k$ に関して優半連続対応である．

(証明) 補題 13 と同様に，Berge の最大値定理を用いて証明される．

$\tilde{\boldsymbol{m}}_{\boldsymbol{k}}\cdot\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}$ が $M_k\times S_k$ 上で連続である．次に，対応 $\phi_k:S_k\to M_k$ を，各 $\boldsymbol{s}_k$ に対して $\phi_k(S_k)=M_k$ であるようにとる．この対応 ϕ_k は定値対応で連続である．

よって，これらの性質は Berge の最大値定理の条件を満たすので，$f^k(\boldsymbol{s}_k)$ は優半連続対応である．

□

次に$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$を用いて，対応$g(\boldsymbol{v})$を次のように定義しよう．

$$g(\boldsymbol{v})\equiv(g^{11}(\boldsymbol{v}^{11}), g^{12}(\boldsymbol{v}^{12}), \cdots, g^{\tilde{i}\tilde{j}}(\boldsymbol{v}^{\tilde{i}\tilde{j}}))$$

すなわち，$g:V\to N$である．

同様に，$f^k(\boldsymbol{s}_k)$を用いて対応$f(\boldsymbol{s})$を定義する．

$$f(\boldsymbol{s})\equiv(f^1(\boldsymbol{s}_1), f^2(\boldsymbol{s}_2), \cdots, f^{\tilde{l}}(\boldsymbol{s}_{\tilde{l}}))$$

すなわち，$f:S\to M$である．すると，対応$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$が$\boldsymbol{v}^{ij}$に関して優半連続対応なので，対応$g(\boldsymbol{v})$は$\boldsymbol{v}$に関して優半連続対応である[5)]．また，対応$f^k(\boldsymbol{s}_k)$が$\boldsymbol{s}_k$に関して優半連続対応なので，対応$f(\boldsymbol{s})$も$\boldsymbol{s}$に関して優半連続対応である．

定理5：消費者・生産者の均衡分布の存在

$V\subset R^{\tilde{j}}$，$S\subset R^{\tilde{l}}$は，それぞれ非空なコンパクト凸集合，$v:N\times M\to V$は，非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応，$s:N\times M\to S$は，非空，コンパクト，凸値をとる優半連続対応とし，さらに，任意の$(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{s})\in v(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})\times s(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$をとるとき，すべての$(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})\in N\times M$に対して，$\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{n}=0$，$\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{m}=0$と仮定する．このとき$(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)\in N\times M$，$\boldsymbol{v}^*\leq 0$，$\boldsymbol{s}^*\leq 0$なる$(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*)\in v(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)\times s(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)$が存在して，

$$n_h^*>0 \text{ ならば } v_h^*=0 \quad \text{または} \quad v_h^*<0 \text{ ならば } n_h^*=0$$
$$m_h^*>0 \text{ ならば } s_h^*=0 \quad \text{または} \quad s_h^*<0 \text{ ならば } m_h^*=0$$

である．

(証明) いま$\hat{N}\equiv N\times M$，$\hat{V}\equiv V\times S$と表し，$\hat{n}\in\hat{N}$，$\hat{v}\in\hat{V}$とする．さらに$v(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})\times s(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$を$\hat{v}(\hat{\boldsymbol{n}})$とおき，$g(v)\times f(s)$を$\hat{g}(\hat{v})$とおく．このとき，写像$\mu:\hat{V}\times\hat{N}\to\hat{V}\times\hat{N}$を，次のように定義する．$\forall(\hat{\boldsymbol{v}}, \hat{\boldsymbol{n}})\in\hat{V}\times\hat{N}$に対して

$$\mu(\hat{\boldsymbol{v}}, \hat{\boldsymbol{n}})\equiv\hat{g}(\hat{\boldsymbol{v}})\times\hat{v}(\hat{\boldsymbol{n}})$$

とする．このとき$\hat{V}\times\hat{N}$は，非空なコンパクト集合である．これは次のようにして確認される．元の集合N, M, V, Sは非空でコンパクトであり，補題5，6から$v(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$は非空なコンパクト値をとる優半連続対応であって，補題7，8から$s(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$も非空なコンパクト値をとる優半連続対応である．このことから，$\hat{v}(\hat{\boldsymbol{n}})$は非空なコンパクト値をとる優半連続対応である．同様にして，補題11，13から，$g(\boldsymbol{v})$は非空なコンパクト値をとる優半連続対応であり，補題

---

5)　Moore, *Mathematical methods for economic theory 2* (1999) の pp. 162 を参照

12，14 から $f(\boldsymbol{s})$ も非空なコンパクト値をとる優半連続対応であるので，$\hat{g}(\hat{\boldsymbol{v}})$ も非空なコンパクト値をとる優半連続対応である．$\hat{g}$, $\hat{f}$ の性質により，対応 μ も同じ性質をもつ．それゆえ，角谷の不動点定理から

$$(\hat{\boldsymbol{v}}^*, \hat{\boldsymbol{n}}^*) \in \mu(\hat{\boldsymbol{v}}^*, \hat{\boldsymbol{n}}^*)$$

が存在する．すなわち

$$\hat{\boldsymbol{n}}^* \in \hat{g}(\hat{\boldsymbol{v}}^*), \qquad \hat{\boldsymbol{v}}^* \in \hat{v}(\hat{\boldsymbol{n}}^*)$$

であって，

$$0 = \hat{\boldsymbol{v}}^* \cdot \hat{\boldsymbol{n}}^* \geq \hat{\boldsymbol{v}} \cdot \hat{\boldsymbol{n}}^* \qquad \forall\, \hat{\boldsymbol{n}} \in \hat{N}$$

である．$\hat{\boldsymbol{n}}$, $\hat{\boldsymbol{v}}$ をもとに戻すと．

$$0 = (\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \geq (\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \qquad \forall\, (\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \in N \times M$$

となる．$(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ の値として $(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}^*)$ を選ぶと，上式は，

$$(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \geq (\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}^*)(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \qquad \forall\, (\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \in N \times M$$

すなわち，

$$\boldsymbol{n}^* \cdot \boldsymbol{v}^* \geq \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{v}^*$$

である．また，$(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ の値として $(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m})$ を代入すると，

$$\boldsymbol{m}^* \cdot \boldsymbol{s}^* \geq \boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{s}^*$$

となる．すべての $(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \in N \times M$ について $n \geq 0$，$m \geq 0$ かつ $0 \notin V$，$0 \notin S$ なので，$(\boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \leq 0$

□

消費者，生産者の均衡分布 $(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)$ のもとで，一時的均衡を実現する価格 $\boldsymbol{p}^*$ と超過需要 $\boldsymbol{z}^* \leq 0$ ，すなわち，価格 $\boldsymbol{p}^*$ と各消費者による需要量 $\boldsymbol{x}_h^{ij*}$，各生産者による生産量 $\boldsymbol{y}_l^{h*}$ が定まる．消費者，生産者の均衡分布のもとでの財の価格，数量の一時均衡は，もはや消費者，生産者に他の経済環境にその活動を移動させる誘因が発生しない．このときの一時的均衡は永続的であり，したがって，前節で定義したワルラス均衡である．

系 1　消費者，生産者の均衡分布 $(\boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)$ のもとで財に関する一時的ワルラス均衡 $(\boldsymbol{p}^*, \tilde{\boldsymbol{x}}_h^{ij*}, \tilde{\boldsymbol{y}}_l^{j*})$ は，ワルラス均衡である．

4 経済主体分布と価格，数量の同時決定

経済主体の分布と価格，数量は，本来，同時に決まるものである．けれども，前節では，一時均衡におけ価格，数量と，経済主体の分布にの間に見られる性質に注目して，一時均衡の価格，数量が経済主体の分布に依存して決まるという前提のもとで，ワルラス均衡の存在を明らかにした．このようなとらえ方は，地域経済学や都市経済学において，各地点での均衡数量を距離に依存させる分析につながるものである．前節の存在証明は，唯一の方法ではない．ここでは，経済主体分布と価格，数量が同時に決定されることに注目して，ワルラス均衡の存在を明らかにする．

超過効用

前節では，一時均衡価格 $\boldsymbol{p}$ が経済主体の分布 $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{m}$ に依存する関係を明らかにした上で，超過効用を定義した．経済主体分布と価格，数量が同時決定される場合は，そのような関係を検討する必要はない．ここでは，経済主体の効用，需要量，利潤，生産量が価格だけでなく，経済主体の分布に依存するとみる．したがって，効用と利潤は，それぞれ価格と経済主体分布の関数と見ることができる．そこで，消費者の移動の原因となる超過効用をつぎのように定義する．

前節の平均 (間接) 効用と同じように，平均効用 $\bar{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ を定義することができる，消費者の予算は，第 2 節の消費者の予算 $r_j^i(\boldsymbol{p})$ からわかるように，価格 $\boldsymbol{p}$ と，配当の大きさに影響する生産者の分布 $\boldsymbol{m}$ に依存するので，その間接効用は価格と生産者分布に依存する．間接効用関数を $u^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ と表すと，Berge の最大値定理から，これは価格，生産者分布に関して連続であることがわかる．

$\bar{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ は，環境 j から $h(h=1, \cdots, \tilde{j})$ に移動した消費者の数 n_{ijh} をウェイトとした加重平均効用である．すなわち，

$$\bar{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv \frac{1}{n_{ij}} \sum_{h=1}^{\tilde{j}} n_{ijh} u^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}). \tag{17}$$

である[6]．間接効用関数が価格と生産者分布に関して連続なので，式から明らかなように，平均効用は価格，消費者分布，生産者分布に関して連続である．

前節と同様に，各消費者の効用の，平均効用からの差を「超過効用」と定義する．経済環境 j から h に移動したタイプ i の消費者の超過効用を $v^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ として表わすと，

6) 記号節約のため，前節と同じ記号を用いて超過効用を表した．けれども依存する変数に関して両者は異なる．前節の超過効用は $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{m}$ にのみ依存するが，本節のそれは $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{m}$ に依存する．

$$v^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv u^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) - \bar{u}^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \tag{18}$$

である．ベクトルの形では，

$$v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \equiv (v^{ij1}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}), \cdots, v^{ij\tilde{j}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})).$$

と表される．超過効用は，価格，消費者分布，生産者分布に関して連続である．$v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ の集合を $V^{ij} \subset R^{\tilde{j}}$ と表すと，V^{ij} について次のような性質を確認することができる．

補題 15 V^{ij} は，コンパクトかつ凸である．

(証明) V^{ij} はコンパクトであること．

超過効用 $v^{ijh}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ は，価格 $\boldsymbol{p}$，消費者分布 $\boldsymbol{n}$ と生産者分布 $\boldsymbol{m}$ に関して連続である．それを要素とするベクトル $v^{ij}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ もまた，価格，消費者分布と生産者分布に関して連続である．価格集合 P，消費者分布集合 N と生産者分布集合 M は，それぞれシンプレックスである．シンプレックス上での連続関数は，有界な閉集合の要素となる値をとるので，V^{ij} はコンパクトである．

V^{ij} は凸であること．

任意の $\boldsymbol{v}^{ij}$，$\boldsymbol{v}^{ij'} \in V^{ij}$ から凸結合 $\lambda \boldsymbol{v}^{ij} + (1-\lambda)\boldsymbol{v}^{ij'}$，$(0 < \lambda < 1)$ を作る． $\boldsymbol{v}^{ij}$，$\boldsymbol{v}^{ij'} \in V^{ij}$ を，それぞれ可能にする価格，消費者分布，生産者分布は，$(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ と $(\boldsymbol{p}', \boldsymbol{n}', \boldsymbol{m}')$ である．これに対応する消費量は消費集合 X_h^{ij} の要素である．X_h^{ij} は凸集合なので，$\boldsymbol{v}^{ij}$ と $\boldsymbol{v}^{ij'} \in V^{ij}$ から作られる超過効用をもたらす価格，消費者分布，生産者分布に対応する消費もまた，X_h^{ij} の要素である．効用の値が定まるので，凸結合 $\lambda \boldsymbol{v}^{ij} + (1-\lambda)\boldsymbol{v}^{ij'}$ は V^{ij} の要素である．

□

すべてのタイプの消費者の超過効用の集合をつぎのように定義する．

$$V \equiv \prod_{i=1}^{\tilde{i}} \prod_{j=1}^{\tilde{j}} V^{ij} \subset R^{ij}$$

超過効用 $\boldsymbol{v} \in V$ は，$P \times N \times M \to V$ の像である．

超過利潤

前節と同様に，超過利潤もまた，第 k 財生産者の利潤が k 財生産の平均利潤を超過する大きさでとらえる．はじめに第 k 財の平均利潤は，次のように表すことができる．

$$\pi_k(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) = \frac{1}{m_k} \sum_{j=1}^{\tilde{j}} m_{kj} \pi_k^j(\boldsymbol{p}) \tag{19}$$

経済環境 j に立地する第 k 財超過利潤を $s_k^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ として表わすと，

$$s_k^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) \equiv \pi_k^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) - \pi_k(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$$

となる.

すべての経済環境での k 財生産の超過利潤は，ベクトル

$$s_k(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) = \left(s_k^1(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}), s_k^2(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}), \cdots, s_k^{\tilde{j}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})\right) \subset S_k \subset R^{\tilde{j}}$$

として表わすことができる[7]．超過利潤集合 S を

$$S \equiv \prod_{k=1}^{\tilde{l}} S_k \subset R^{\tilde{l}}$$

であらわす．すると $s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}) = (s_1(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}), \cdots, s_{\tilde{l}}(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m}))$ は，$P \times M \to V$ の像である．

$s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ が $(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ に関して連続であることが，つぎのようにして分かる．まず，利潤は，第 2 節の式 (2) のように価格と投入・産出量の積で表わされる．価格集合のシンプレックスから利潤集合への写像は，定理 1 により連続であることが分かる．利潤関数から作られる平均利潤 $\pi_k(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ は，式 (19) のように表わされるので，価格 $\boldsymbol{p}$ と生産者分布 $\boldsymbol{m}$ に関して連続である．同様に超過利潤 $s_k^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ もまた，価格と生産者分布に関して連続である．これら $s_k^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ を，その要素としてもつ超過利潤 $s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ も価格と生産者分布に関して連続である．超過利潤 $s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ の連続性を利用すると，次の補題が得られる．

補題 16　S は，コンパクトかつ凸である．

(証明)　S がコンパクトであること．

$s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ が $P \times M$ 上で連続であり，しかも価格集合 P と生産者分布集合 M がシンプレックスなので，$s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ による像はコンパクト集合となる．

S が凸であること．

$\forall \boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}' \in S$ をとり，凸結合 $\lambda \boldsymbol{s} + (1-\lambda)\boldsymbol{s}'$，$(0 < \lambda < 1)$ を作る．それぞれの $\boldsymbol{s}, \boldsymbol{s}'$ を可能にする利潤に対してそれを実現する投入量および産出量は，$\tilde{Y}_k^j$，$(j = 1, \cdots, \tilde{j}, k = 1, \cdots, \tilde{l})$ の要素 $\tilde{\boldsymbol{y}}, \tilde{\boldsymbol{y}}'$ である．Y_k^j は凸なので，$\tilde{\boldsymbol{y}}_k^h$ と $\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'}$ の凸結合は，Y_k^j の要素である．補題 7 の証明のように，その凸結合に対応する価格 $\boldsymbol{p}^{h*}$ があり，その利潤は $\boldsymbol{p}^{h*}(\lambda \tilde{\boldsymbol{y}}_k^h + (1-\lambda)\tilde{\boldsymbol{y}}_k^{h'})$ となる．
Y の要素について価格 $\boldsymbol{p}^*$ が存在するので，利潤さらには超過利潤が計算される．それゆえ $\lambda \boldsymbol{s} + (1-\lambda)\boldsymbol{s}'$，$(0 < \lambda < 1) \in S$ である．

□

---

7)　記号節約のため，前節と同じ記号を用いて超過利潤を表した．

超過効用および超過利潤からの対応

はじめに超過効用の集合から消費者分布集合への写像を考える．初期経済環境 j のタイプ i の消費者の超過効用集合 V^{ij} から N^{ij} への写像 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij}):V^{ij}\rightarrow N^{ij}$ を，つぎのように定める．

$$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\in N^{ij}\,|\,\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}\geq\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij},\ \forall\,\tilde{\boldsymbol{n}}'_{ij}\in N^{ij}\right\}$$

補題 17　$g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は，$\boldsymbol{v}^{ij}$ に関して優半連続である．

(証明)　定義域の超過効用集合 V^{ij} は，補題 15 からコンパクトかつ凸である．また消費者分布集合 N^{ij} も，第 1 節での分析からシンプレックスである．超過効用集合 V^{ij} の各要素 $\boldsymbol{v}^{ij}$ に対して消費者分布集合 N^{ij} を対応させる写像を作る．すると対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は，その作り方から，$\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}\cdot\boldsymbol{v}^{ij}$ を最大にする $\tilde{\boldsymbol{n}}_{ij}$ を求める．これは Berge の最大値定理を満たすので，対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ は $\boldsymbol{v}^{ij}$ に関し優半連続である．

□

さらに超過効用集合 V から消費者分布集合 N への対応 $g:V\rightarrow N$ を，つぎのように定める．

$$g(\boldsymbol{v})\equiv(g^{11}(\boldsymbol{v}^{11}),g^{12}(\boldsymbol{v}^{12}),\cdots,g^{\tilde{i}\tilde{j}}(\boldsymbol{v}^{\tilde{i}\tilde{j}}))$$

$g(\boldsymbol{v})$ は，$\boldsymbol{v}$ に関して優半連続対応である．

つぎに超過利潤集合から生産者分布集合への対応を考える．第 k 財の超過利潤 S_k から第 k 財生産者分布 M^k への対応 $f^k:S_k\rightarrow M^k$ を，つぎのように定める．

$$f^k(\boldsymbol{s}_k)\equiv\left\{\tilde{\boldsymbol{m}}_k\in M^k\,|\,\tilde{\boldsymbol{m}}_k\cdot\boldsymbol{s}_k\geq\tilde{\boldsymbol{m}}'_k\cdot\boldsymbol{s}_k\quad\forall\,\tilde{\boldsymbol{m}}'_k\in M^k\right\}$$

補題 18　$f^k(\boldsymbol{s}_k)$ は，$\boldsymbol{s}_k$ に関して優半連続である．

(証明)　対応 $g^{ij}(\boldsymbol{v}^{ij})$ のときと同様にして，Berge の最大値定理により証明される．

定義域の超過利潤集合 S_k は，補題 16 によりコンパクトかつ凸である．また生産者分布集合 M^k はシンプレックスである．S_k からの恒等写像として，各 $\boldsymbol{s}^{ij}$ に対して M^k を対応させる．すると，$f^k(\boldsymbol{s}_k)$ の作り方から，Berge の最大値定理を満たすことが分かる．よって $f^k(\boldsymbol{s}_k)$ は，$\boldsymbol{s}_k$ に関して優半連続である．

□

超過利潤集合 S から生産者分布集合 M への対応 $f:S\rightarrow M$ を，つぎのように定める．

$$f(\boldsymbol{s})\equiv\left\{f^1(\boldsymbol{s}_1),f^2(\boldsymbol{s}_2),\cdots,f^{\tilde{l}}(\boldsymbol{s}_{\tilde{l}})\right\}$$

すると $f(\boldsymbol{s})$ は，$\boldsymbol{s}$ に関して優半連続対応である．

定理 6　ワルラス均衡解の存在

$Z \subset R^{\tilde{j}+\tilde{l}-1}$，$V \subset R^{\tilde{j}\tilde{l}}$，$S \subset R^{\tilde{l}}$ は，それぞれコンパクト凸集合，$\zeta: P \times N \times M \to Z$ は非空，コンパクト凸値をとる優半連続対応，$v: P \times N \times M \to V$ および $s: P \times M \to S$ はそれぞれ連続であるとする．さらにすべての $z \in \zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ とすべての $\boldsymbol{p} \in P$ に対して $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z} = 0$ と仮定し，すべての $v \in v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$ とすべての $n \in N$ に対して $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} = 0$ と仮定する．さらにすべての $s \in s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$ とすべての $\boldsymbol{m} \in N$ に対して $\boldsymbol{s} \cdot \boldsymbol{m} = 0$ と仮定する．このとき $\boldsymbol{p}^* \in P$，$\boldsymbol{n}^* \in N$，$\boldsymbol{m}^* \in M$，$\boldsymbol{z}^* \in \zeta(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)$，$\boldsymbol{v}^* \in v(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*)$，$\boldsymbol{s}^* \in s(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{m}^*)$ が存在して $\boldsymbol{z}_i^* \leq 0$，$\boldsymbol{v}_{ij}^* \leq 0$，$\boldsymbol{s}_l^* \leq 0$ である．

もし $p_i^* > 0$ ならば，$z_i^* = 0$ であり，$z_i^* < 0$ ならば $p_i^* = 0$ である．
もし $n_{ij}^* > 0$ ならば，$v_{ij}^* = 0$ であり，$v_{ij}^* < 0$ ならば $n_{ij}^* = 0$ である．
もし $m_l^* > 0$ ならば，$s_l^* = 0$ であり，$s_l^* < 0$ ならば $m_l^* = 0$ である．

(証明) 写像 $\phi: P \times N \times M \times Z \times V \times S \to P \times N \times M \times Z \times V \times S$ を，つぎのように定義する．

$$\phi(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{s}) \equiv \mu(\boldsymbol{z}) \times g(\boldsymbol{v}) \times f(\boldsymbol{s}) \times \zeta(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \times v(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}) \times s(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{m})$$

このとき $P \times N \times M \times Z \times V \times S$ は，非空なコンパクト集合である．なぜならば，P，N，M，Z，V，S は，それぞれ非空なコンパクト集合だからである．また，対応 μ は，前節での分析から非空コンパクト値をとる優半連続対応である．g, f も非空コンパクト値をとる優半連続対応である．v と s は，連続関数である．以上のような対応および関数の性質から，対応 ϕ もコンパクト凸値をとる優半連続対応である．すると，角谷の不動点定理から，不動点 $(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*, \boldsymbol{z}^*, \boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*) \in \phi(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{n}^*, \boldsymbol{m}^*, \boldsymbol{z}^*, \boldsymbol{v}^*, \boldsymbol{s}^*)$ が存在する．

□

5　結びに

本稿では，消費者と生産者が立地点を選択することにより彼らがが直面する財・サービスの価格を選択するような経済において，ワルラス均衡が存在することを証明した．第 2節で消費者と生産者の分布を所与としたとき，すなわち，彼らの立地点を前提としたとき，一時的市場均衡が成り立つことを示した．第 3 節と第 4 節では，消費者と生産者が，それぞれ自らの効用または利潤の最大化を目指して立地する経済環境を選択するときの長期的均衡，すなわち，ワルラス均衡の存在を検討した．第 3 節では，消費者と生産者の分布と一時的均衡における価格との対応関係を用いてワルラス均衡を明らかにし，第 4 節では，消費者および生産者の分布と財の価格の同時決定によりワルラス均衡が存在することを示した．

第 3 節と第 4 節の分析により，本稿の分析目的は達せられた．けれども，本研究がさらに意義あるものとなるためには，つぎのような点でさらに展開されるべきであろう．第 1に，それは都市経済モデルとの関連性を分析することである．拙稿 (2006a)，(2006b) では，純粋交換モデルでの経済と都市経済モデルとの対応関係を検討した．本稿の場合も，同様に都市経済モデルとの対応関係を明らかにすることは意義がある．この場合には，本稿のモデルは，例えば，前出の拙稿のように消費者の初期賦存量などについて特定化する必要があろう．その拙稿では，一般均衡モデルとの関連性に力点を置いて経済環境による初期賦存量の相違が空間的な距離を代理させるようなかたちで分析を行った．今回は生産を活動を組み込んだ市場均衡モデルを構築することに集中したために，そのような分析は省略された．しかしながら，都市経済モデルとの関連性を明確化しようとするならば，より積極的に「距離」あるいはそれに類似した概念の導入が必要であろう[8)]．このようにして対応関係を明らかにすることで，都市経済モデルの一般化が可能になる．

第 2 に本稿のモデルの更なる展開は，モデルの動学化である．これまで均衡分析を中心にして分析してきたが，現代的視点からは動学分析が求められる．空間経済の分野で見た場合，都市の生成・発展を説明するうえでは都市経済あるいは空間経済を説明する上でモデルの動学化は必須である．本稿の研究の今後の展開としては，モデルの動学化とその分析が必要であろう．動学化の場合に参考になる研究が，Mossay (2006) である．これは連続な空間に分布した測度ゼロの消費者からなる純粋交換経済で，均衡解の安定性を議論したものである．本稿のモデルが離散的であることと生産を含むという点を除くと，本稿のモデルと近似性が認められる．それゆえ本稿のモデルを動学化する場合には，Mossay (2006) は注目に値する研究である．

付録

Berge の最大値定理

$D \subset R^k$ かつ $X \subset R^l$ はコンパクトであると仮定する．$\beta : D \to X$ は非空な連続対応であり，$u : X \to R$ は連続関数であり，$\xi : D \to X$ は $\xi(\boldsymbol{d}) = \{\boldsymbol{x} \in \beta(\boldsymbol{d}) \mid u(\boldsymbol{x})$ が最大値をとる$\}$ とする．このとき，ξ は D 上で優半連続であり，$\boldsymbol{x} \in \xi(\boldsymbol{d})$ に対して関数 $v(\boldsymbol{d}) = u(\boldsymbol{x})$ は連続である．

8)　査読者より，「距離」が導入されていないという指摘があった．距離の導入については今後の課題としたい．

角谷の不動点定理

K を非空，コンパクト，凸値部分集合とする．$\Gamma: K \to K$ を，非空，コンパクト凸値をもつ優半連続対応とする．そのとき不動点 $\boldsymbol{x}^* \in \Gamma(\boldsymbol{x}^*)$ が存在する．

参 考 文 献

[1] Alonso, W., *Location and land use*, Harvard University Press., 1964.

[2] Arrow, K. J., and Hahn, F. H., *General Competitive Analysis*, Holden-Day. Inc., 1971.

[3] Bruekner, J. K. ‘The Structure of Urban Equilibria: A Unified Treatment of the Muth-Mills Mode’, *Handbook of Regional and Urban Economics*, vol. 2, North-Holland, 1987.

[4] ドブリュー，G.（丸山徹訳）『価値の理論　経済均衡の公理的分析』 東洋経済新報社，1977 (Debreu, Gerard, *Theory of Value-An Axiomatic analysis of Economic Equilibrium-*, Yale University Press, 1959.)

[5] Fujita, M and T. Mori, ‘Structural stabiltiy and evolutionof urban systems,’ *Regional Science and Urban Economics*, vol. 27, 399-442, 1997.

[6] Fujita, M and T. Mori, ‘The role of the ports in the making of major cities. Self-agglomeration and hub-effect,’ *Journal of Development Economics*, vol. 49, 93-120, 1996.

[7] 藤田昌久，ポール・クルーグマン，アンソニー・J・ベナグルズ『空間経済学　都市・地域・国際貿易の新しい分析』 東洋経済新報社，2000 (M. Fujita, P. Krugman, and A. J. Venables *The Spatial Economy: Cities, Regions,and International Trade*, The MIT Press, 1999.)

[8] Hildenbrand, W. and A. P. Kirman, *Equilibrium Analysis*, North-Holland, 1988.

[9] 慶田 收「住宅立地の主体的均衡問題への公理的接近」，『現代経済学研究』 第 7 号，1999

[10] 慶田 收「パラメトリックな経済環境下での消費者均衡」『熊本学園大学経済学部開学三十周年記念論文集』，2000.

[11] Kieda, O, ‘Market equilibrium under the circumstances of selectable economic conditions’, Discussion paper: Instituto Valenciano de investigaciones Economicas, WP-AD 2006 a.

[12] 慶田 收「選択可能な経済環境のもとでの市場均衡」，『熊本学園大学経済論集』 第 12 巻，第 3・4 合併号，2006 b

[13] Mills, E. S., *Studies in the structure of the urban economy*, Johns Hopkins University Press, 1972.

[14] Moore, James C. *Mathematical methods for economic theory 2*, Springer, 1999.

[15] Mossay, Pascal ‘Stability of spatial adjustemnts across local exchange economies’, *Regional Science and Urban Economics*, vol. 36, 431-449, 2006.

[16] Sonnennchein ‘Price dyanamics and the disappearance of short run profits: an example’, *Journal of Mathematical Economics*, vol. 6, 201-204, 1981.

[17] Sonnennchein ‘Price dynamics based on the adjustment of firms’, American *Economic Review,* vol. 72, 1088-1096, 1982.

[18] Turnbull, G. E. ‘The pure theory of household location: an axiomatic approach’, *Journal of Regional* Science, vol. 30, 549-562, 1990.

[19] Turnbull, G. E. 'The substitution theorem in urban consumer theory', *Journal of Urban Economics*, vol. 33, 331-343, 1993.

[20] Villar, Antonio, *Equilibrium and Efficiency in Production Economies*, Springer-Verlag, 2000.

[21] Wheaton, W. C., 'A comparative static analysis of urban spatial structure', *Journal of Economic Theory*, vol. 9, 223-237, 1974.

Summary

Market Equilibrium under Selectable Economic Circumstances: the Case of the Economy with Consumption and Production

The paper analyses market equilibrium of the economy in which each consumer and producer can choose their circumstances of different economic conditions. The Section 2 makes the setting of the economy with consumption and production that has different economic circumstances about goods prices, and 'Temporary' equilibrium is shown in the case of the fixed distribution of consumers and producers. Section 3 and 4 have proved the main purpose of this paper, that is, the existence of Walras equilibrium, 'Long-run' equilibrium in which consumers and producers no longer change their locations. Section 3 shows the Walras equilibrium in the correspondence of agent distribution and the temporary equilibrium price based on the temporary equilibrium of the Section 2. Section 4 proves the existence of the equilibrium of agent distribution and prices of goods simultaneously.